KSIĄŻKI DLA WSZYSTKICH

ZASADY MECHANIKI

jako wstęp do nauki fizyki

NAPISAŁ

Stanisław Bouffałł.

WARSZAWA
NAKŁADEM I DRUKIEM M. ARCTA

1903

Дозволено Цензурою.

Варшава, 19 Ноября 1902 года.

PRZEDMOWA.

Pisząc „dla wszystkich," nie mogłem w stosowaniu rynsztunku matematycznego wykroczyć po za obręb arytmetyki i kilku najprostszych, rzec można, potocznych pojęć geometrycznych. Prócz tego szczupłość miejsca, wynikająca z charakteru wydawnictwa, nie pozwoliła na uwzględnienie niektórych punktów, nawet bardzo ważnych.

Pomimo to nie mam zamiaru robić z *Zasad Mechaniki* prostego zbiorku luźnych twierdzeń, potrzebnych do nauki fizyki. Pragnąłbym przeciwnie, aby książeczka niniejsza, przeznaczona głównie dla samouków, mogła bodaj w najmniejszym zakresie dać czytelnikowi wyobrażenie o mechanice, jako o pewnej organicznej, spójnej całości. Ograniczając się w wyborze materjału do rzeczy najniezbędniejszych, kładę wszędzie szczególny nacisk na dokładne zrozumienie za-

sadniczych pojęć mechanicznych, któremi posługuje się na każdym kroku fizyk dzisiejszy. Nacisk taki jest, zdaniem mojem, tem potrzebniejszy, że pod tym względem nawet wykład szkolny pozostawia nieraz w umyśle ucznia znaczne luki, łatwo zapełniające się pojęciami nieścisłemi, a nawet fałszywemi.

Jeżeli z „Zasad Mechaniki" czytelnik zdoła wyciągnąć pewną sumę wiedzy, chociażby bardzo ułamkowej, lecz takiej, że nie będzie zmuszony jej „zapominać" w razie zabrania się do studjów poważniejszych, to powiem, że praca, włożona w tę książeczkę, nie poszła na marne.

WSTĘP.

§ 1. **Mechanika jako podwalina fizyki.** W mechanice zajmujemy się badaniem praw, które rządzą ruchami ciał. Bardzo wiele zjawisk fizycznych poznajemy jako zjawiska dotykalnie ruchowe, a więc należące bezpośrednio do zakresu mechaniki. Takiemi zjawiskami są np. spadanie ciał, kołysanie się wahadła, drganie struny, rozchodzenie się fal na powierzchni wody i t. d. Atoli zastosowanie zasad mechaniki sięga daleko po za dziedzinę ruchów, o których zachodzeniu powiadamiają nas zmysły nasze. W miarę postępu wiedzy fizycznej coraz większa liczba zjawisk, w których bezpośrednio ruchu nie spostrzegamy, daje się sprowadzić w badaniu naukowem do ruchów, odbywających się ściśle podług tych samych praw,

które rządzą ruchami dotykalnemi. W ten sposób tłómaczymy obecnie wiele zjawisk cieplnych, świetlnych, elektrycznych. Powiemy więcej, fizyk dzisiejszy wówczas dopiero uważa pewne zjawisko za wytłómaczone, gdy je zdoła sprowadzić do zjawiska ruchowego. Wobec tego łatwo zrozumieć, że zapoznanie się z głównemi zasadami mechaniki stanowi wstęp konieczny do nauki fizyki.

ROZDZIAŁ I.

O prędkości i przyśpieszeniu.

§ 2. **Spoczynek i ruch.** Powiadamy, że jedno ciało jest w spoczynku względem drugiego ciała, jeżeli nie zmienia ono swego położenia względem tego drugiego ciała. Armata, przytwierdzona do pokładu płynącego statku, jest w spoczynku względem tego statku, chociaż porusza się wraz z nim względem powierzchni wody, a mówiąc ogólniej, względem ziemi. Statek, stojący na kotwicy, znajduje się w spoczynku względem ziemi, ale porusza się względem gwiazd, bierze bowiem udział zarówno w obrocie wirowym kuli ziemskiej dokoła osi, jak i w obiegu jej dokoła słońca.

Wtedy tylko jesteśmy świadomi ruchu

pewnego ciała, jeżeli mamy możność porównywania jego kolejnych położeń z położeniami jakiegoś innego ciała, nie biorącego udziału w danym ruchu. W przeciwnym razie ruch nie dochodzi wcale do naszej świadomości. Tak np. na płynącym okręcie lub w wagonie spokojnie biegnącego pociągu, mamy wrażenie zupełnego spoczynku, dopóki nie skierujemy oczu naszych na przedmioty, nie biorące udziału w ruchu wagonu lub okrętu. A i wtedy jeszcze ulegamy rozmaitym złudzeniom, albowiem, chociaż wiemy dobrze, jak jest w rzeczywistości, to jednak często wydaje nam się, że to my stoimy, a natomiast biegną brzegi, pola, lasy. Nie czujemy wcale obrotu ziemi, chociaż mamy przed oczami ciała, nie biorące udziału w tym obrocie, jak słońce i gwiazdy, i zawsze skłonniejsi jesteśmy do przypuszczenia, że to gwiazdy są w ruchu, a ziemia w spoczynku. Albo znowu przeciwnie, patrząc z mostu na płynącą wodę, doznajemy uczucia, jak gdybyśmy sami płynęli wraz z mostem.

Przenieśmy się myślą na jeden z tych olbrzymich parowców, które utrzymują komunikacyę pomiędzy Europą i Ameryką,

i wyobraźmy sobie na nim jedną z sal, a w niej pasażerów, grających np. w bilard. Jeżeli statek płynie nie kręcąc się i bez wstrząśnień, to wszystkie ruchy kul bilardowych będą się odbywały w taki sam zupełnie sposób, w jaki odbywałyby się, gdyby dana sala bilardowa znajdowała się na lądzie stałym — kule będą miały takie same prędkości, takie same kierunki, będą wymagały takich samych wysiłków ze strony graczów. Jednem słowem, ruchy bil względem stołu bilardowego nie zależą zupełnie od ruchu statku względem wody, tak, iż przy opisywaniu partyi bilardu, rozegranej w kajucie statku, nie potrzebujemy wcale zajmować się ruchem samego statku. Całkiem podobnie, ponieważ ruch ziemi względem gwiazd, nie wywiera żadnego wpływu na ogromną większość ruchów, odbywających się względem ziemi, przeto przy badaniu tych ostatnich zazwyczaj nie bierzemy pod uwagę ruchu ziemi samej i powiadamy, że ciało jest w spoczynku, jeżeli jest w spoczynku względem ziemi, i że ciało jest w ruchu, jeżeli zmienia swe położenie względem ziemi.

§ 3. **Ciało uważane jako punkt.** Pomimo powyższego ograniczenia rzeczywiste ruchy ciał względem ziemi bywają zazwyczaj ogromnie skomplikowane. Weźmy np. pociąg toczący się po szynach. Prócz tego, że jako całość zmienia on położenie swoje względem toru, przesuwając się od stacyi do stacyi, pojedyncze części jego wykonywają ruchy najrozmaitsze: suwają się tłoki w walcach lokomotywy, obracają się koła, wagony kołyszą się na resorach, szyby drżą, łańcuchy się chwieją i t. d., nie mówiąc już o tem, że na zakrętach pociąg zmienia nawet ogólny swój wygląd. Niewątpliwie, wszystkie te ruchy mogą podlegać badaniu, i inżynier kolejowy musi zajmować się niemi, by je wyzyskać w praktyce w sposób najkorzystniejszy; ale w wielu bardzo razach, np. gdy chodzi o sprawę komunikacyi pomiędzy stacyami, interesuje nas wyłącznie przenoszenie się pociągu, wziętego jako całość, wzdłuż toru kolejowego. Wówczas pociąg cały może być uważany jak gdyby za j e d e n p u n k t, a badanie ruchu pociągu sprowadza się do badania ruchu tego jednego punktu wzdłuż pewnej linii, wyobrażającej tor kolejowy. Podobnież i ruch toczą-

cej się piłki możemy rozpatrywać jako ruch punktu wzdłuż pewnej linii czyli drogi, jeżeli, nie zwracając uwagi na obroty, które piłka wykonywa dokoła siebie samej, będziemy mieli na względzie jedynie przenoszenie się piłki jako całości. Wogóle, w toku niniejszego wykładu, bardzo często uciekać się będziemy do tego uproszczenia; to też wszędzie, gdzie mówiąc o pociągach, statkach, piłkach, kulach i t. p. nie zrobimy specyalnego zastrzeżenia, należy sobie wyobrażać ich ruchy tak, jak gdyby **każde z tych ciał było jednym punktem**, a jego droga linią geometryczną.

§ 4. **Prędkość**. Ruch ciała może odbywać się z większą lub mniejszą *prędkością*. Ciało, posiadające prędkość większą, przebywa pewną oznaczoną drogę w czasie krótszym aniżeli ciało, posiadające prędkość mniejszą. Pociąg kuryerski posiada większą prędkość aniżeli pociąg towarowy, przebywa bowiem odległość pomiędzy dwiema stacyami w czasie krótszym. Piłka, trącona nogą, toczy się z początku prędko, zużywając zaledwie jakiś ułamek sekundy na przebycie łokcia; po niejakim czasie ta

sama piłka posiada prędkość mniejszą, potrzebuje bowiem już kilku sekund na przebycie takiegoż łokcia drogi. Ciało, posiadające prędkość większą, przebywa w pewnym oznaczonym czasie drogę dłuższą aniżeli ciało, posiadające prędkość mniejszą. Pociąg kuryerski przebywa w ciągu godziny drogę dłuższą aniżeli pociąg towarowy. Tocząc się prędko, piłka nasza przebywa w ciągu sekundy drogę dłuższą aniżeli tocząc się wolno.

§ 5. **Prędkość ruchu jednostajnego.** Jeżeli ciało porusza się w taki sposób, że przebywa równe drogi w czasach równych, to ruch taki nazywa się *jednostajnym*. Tak np. jeżeli pociąg kolejowy porusza się w taki sposób, że na przebycie każdych 50 metrów drogi zużywa 5 sekund czasu, to ruch takiego pociągu jest jednostajny. Jeżeli piłka toczy się w taki sposób, że na przebycie każdego cala drogi zużywa $^1/_{30}$ część sekundy, to ruch takiej piłki jest ruchem jednostajnym.

Powiedzieliśmy, że w ruchu jednostajnym ciało w równych czasach przebywa równe drogi. Wynika stąd bezpośrednio, że w ka-

żdej jednostce czasu, np. w każdej sekundzie, ciało przebywa w ruchu jednostajnym jedną i tę samą długość. Długość drogi, którą ciało, poruszające się jednostajnie, przebywa w jednostce czasu nazywa się *prędkością ruchu jednostajnego;* a zatem w ruchu jednostajnym prędkość posiada wielkość stałą.

Liczba, która wyraża tę wielkość, zależy oczywiście od tego, jakich jednostek użyjemy do mierzenia długości i do mierzenia czasu. Dla jednej i tej samej prędkości inną liczbę otrzymamy, mierząc drogę metrami a czas minutami, inną — wyrażając drogę w centymetrach a czas w sekundach, jeszcze inną — posługując się kilometrami i godzinami i t. d. Tak np. o jednym i tym samym pociągu, biegnącym jednostajnie, możemy powiedzieć, że posiada prędkość 720 metrów na minutę, albo 1,200 centymetrów na sekundę, albo 43,2 kilometrów na godzinę i t. p. Widzimy więc, że przy podawaniu liczby, wyrażającej prędkość, rzeczą jest niezbędną wymienić zarówno nazwę jednostki, której użyliśmy do zmierzenia długości, jak i tej, która posłużyła do zmierzenia czasu.

§ 6. **Jednostki czasu długości i prędkości.** Jako jednostek czasu i długości fizycy dzisiejsi używają przeważnie tak zwanej *średniej sekundy słonecznej* i *centymetra*. Średnia sekunda jest to $^1/_{60}$ część minuty czyli $^1/_{3600}$ część godziny czyli $^1/_{86400}$ część średniej doby słonecznej, t. j. doby, którą wskazują zwykłe nasze zegary. Centymetr, jest to jedna setna część tak zwanego *metra normalnego*, za który uważamy odległość pomiędzy dwiema kreskami na sztabie platynowej, przechowywanej we francuskiem archiwum państwowem w Paryżu; odległość tę bierze się przy temperaturze 0^0 Celsiusza. Obwód południka ziemskiego równa się 40 milionom metrów a zatem metr jest $^1/_{40}$ milionową częścią południka ziemskiego.

Jednostką pola czyli powierzchni jest dla fizyków *centymetr kwadratowy* czyli *pole* kwadratu, którego bok równa się jednemu centymetrowi. Jednostką objętości jest *centymetr sześcienny* czyli *objętość* sześcianu, którego krawędź równa się jednemu centymetrowi. W myśl tej samej zasady jednostką prędkości będzie *prędkość*, którą posiada ciało, gdy

ruchem jednostajnym przebywa długość jednego centymetra w ciągu jednej sekundy. Tym sposobem z pomiędzy rozmaitych wyrażeń, które przytoczyliśmy dla określenia prędkości naszego pociągu (§ 5), fizyk wybierze wyrażenie 1,200 centymetrów na sekundę.

§ 7. **Jednostki zasadnicze i jednostki pochodne.** Jednostki pola i objętości utworzyliśmy przy pomocy jednostki długości; jednostkę prędkości utworzyliśmy przy pomocy jednostki długości i jednostki czasu (§ 6). Jednostki, do których utworzenia użyto innych jednostek, nazywamy jednostkami pochodnemi w przeciwieństwie do jednostek zasadniczych, przy których pomocy tworzymy owe jednostki pochodne. Jednostki długości i czasu są dla nas jednostkami zasadniczemi; jednostki pola, objętości i prędkości są jednostkami pochodnemi.

§ 8. **O t. zw. wymiarach jednostek pochodnych.** Przy posługiwaniu się jednostkami pochodnemi ważną jest rzeczą zdawać sobie jasno sprawę ze sposobu, w jaki

powstały one z jednostek zasadniczych. W tym celu dogodnie jest oznaczać jednostki pochodne pewnemi symbolami, któreby przypominały działania rachunkowe, jakie wykonywaliśmy nad jednostkami zasadniczemi przy otrzymywaniu jednostek pochodnych. Chcąc zmierzyć pewne dane pole, t. j. chcąc otrzymać liczbę zawierających się w niem jednostek pola, mnożymy liczbę jednostek długości, zawierających się w jednym wymiarze pola, przez liczbę jednostek długości, zawierających się w drugim wymiarze tegoż pola. Przez skrócenie mówimy, że dla otrzymania pola należy pomnożyć długość przez długość. W całkiem podobny sposób dla otrzymania objętości mnożymy długość przez długość i jeszcze raz przez długość. Wychodząc z tej samej zasady, dla otrzymania prędkości należy podzielić długość przez czas. Uprzytamniamy sobie te działania, mówiąc, że pole ma *wymiar* [długość] $\times$ [długość] czyli [długość]^2, że objętość ma wymiar [długość]^3, że prędkość ma wymiar $\frac{[\text{długość}]}{[\text{czas}]}$, i przypisujemy jednostkom pola, objętości i prędkości symbole takie, jak np. cm^2 (centymetr

kwadratowy), m^2 (metr kwadratowy), km^2 (kilometr kwadratowy), cm^3 (centymetr sześcienny), m^3 (metr sześcienny), cm/sek (centymetr na sekundę), m/sek (metr na sekundę), cm/min (centymetr na minutę), km/godz (kilometr na godzinę) i t. d.

Obrana przez nas w § 6 jednostka prędkości niema specyalnej nazwy; nazwę tę zastępuje w zupełności symbol *cm/sek.* Prędkość naszego pociągu z § 5 wynosi 1,200 cm/sek.

Tablica niektórych prędkości w cm/sek.

Liszka pełzająca	0,1	cm/sek.
Człowiek zwykłym krokiem	120	„
Koń kłusem	300	„
Wiatr średniej siły	800	„
Koń wyścigowy	1500	„
Pociąg kuryerski	1600	„
Gołąb pocztowy	1800	„
Huragan	4000	„
Głos w powietrzu	34.000	„
Kula armatnia	50.000	„
Księżyc dokoła ziemi	100.000	„
Ziemia dokoła słońca	3.000.000	„
Światło w próżni	30.000.000.000	„

§ 9. **Prędkość w ruchu niejednostajnym.** Jeżeli ciało porusza się ruchem jednostajnym, to prędkość tego ciała możemy otrzymać, dzieląc dowolny kawałek przebytej drogi przez czas, zużyty na przebycie tego kawałka. Tak np. dopóki pociąg biegnie jednostajnie, to chcąc znaleźć jego prędkość, notujemy liczbę metrów, przebytych w ciągu pewnej dowolnej liczby sekund, i podzieliwszy pierwszą liczbę przez drugą, otrzymujemy szukaną prędkość pociągu (wyrażoną w metrach na sekundę). Inaczej mają się rzeczy, gdy ruch jest niejednostajny. Z chwilą, gdy pociąg zacznie zwalniać (lub przyśpieszać) biegu, nie może już być mowy o jakiejś jednej prędkości, wspólnej dla całego trwania ruchu, ponieważ prędkość pociągu zmienia się ciągle; możemy wówczas mówić jedynie o prędkości pociągu w pewnej określonej chwili. Otóż *przez prędkość ciała w pewnej określonej chwili rozumiemy drogę, którąby przebyło ciało w ciągu najbliższej sekundy, gdyby, począwszy od owej określonej chwili, poruszało się jednostajnie.* Tak np. jeżeli pociąg, który dotąd biegł jednostajnie z prędkością 12 metrów na sekundę, zaczyna od

pewnej chwili zwalniać biegu, to prędkością jego w owej chwili będzie jeszcze po dawnemu 12 m/sek, albowiem gdyby się był, począwszy od owej chwili, poruszał jednostajnie, to w ciągu najbliższej sekundy przebiegłby 12 metrów.

Chcąc określić prędkość, którą w pewnej danej chwili posiada ciało, poruszające się niejednostajnie, radzimy sobie w sposób następujący. Niech tym ciałem będzie np. pociąg zwalniający (lub przyśpieszający) biegu. Zauważmy przedewszystkiem, że w ciągu bardzo krótkiego czasu, np. w ciągu $^1/_{10}$ części sekundy, ruch pociągu zmienia się tak mało, że możemy go uważać przez ten czas za jednostajny. Przypuśćmy, że w ciągu pierwszej dziesiątej części pierwszej sekundy, jaka upływa od chwili, o którą chodzi, pociąg przebywa 1,1 metra. Uważając ruch ten za jednostajny, otrzymamy prędkość jego, dzieląc przebytą drogę przez czas na nią zużyty, co w naszym przykładzie daje prędkość 11 metrów na sekundę ($1,1 : {}^1/_{10} = 11$). Te 11 metrów przebyłby więc nasz pociąg w ciągu sekundy, która następuje po obranej chwili, gdyby się był poruszał jednostajnie. A za-

tem według podanego wyżej określenia—11 metrów jest prędkością pociągu w owej chwili.

Uznaliśmy $^1/_{10}$ sekundy za przedział czasu wystarczająco mały, by w nim można uważać bieg pociągu za jednostajny. W przypadku pociągu jest to ścisłość zupełnie wystarczająca. Gdyby nam wypadło określać prędkość w ruchu, którego nie można uważać za jednostajny nawet w przeciągu $^1/_{10}$ sekundy, to moglibyśmy zamiast $^1/_{10}$ sekundy wziąć np. $^1/_{100}$ sekundy i do niej zastosować nasze poprzednie rozumowanie. Gdyby i ten ułamek okazał się nie dość drobnym, możnaby wziąć $^1/_{500}$, $^1/_{1000}$.

§ 10. **Kierunek prędkości.** W każdym ruchu rozróżniamy kierunek, w którym ruch się odbywa. Kierunek ruchu nazywamy niekiedy kierunkiem prędkości. Powiadamy, że prędkość ciała nie zmienia kierunku, jeżeli ciało porusza się po linii prostej, nie cofając się. W każdym innym wypadku mówimy, że prędkość zmienia swój kierunek. Gdy idę „przed siebie" po prostoliniowej ścieżce, prędkość mojego ruchu zachowuje kierunek niezmien-

ny; natomiast gdy chodzę po pokoju dokoła stołu, prędkość zmienia kierunek swój co chwila. Prędkość pociągu, biegnącego po prostoliniowym torze, jest zawsze stała co do kierunku, chociaż może być zmienna co do wielkości, ale prędkość tłoka w walcu lokomotywy ma kierunek zmienny, gdyż tłok ten, chociaż porusza się po linii prostej, posuwa się raz naprzód, raz wstecz, a więc cofa się. Pociąg, biegnący po łuku, koń, chodzący w kieracie, posiadają prędkość zmienną co do kierunku, chociaż może ona być stała co do wielkości.

Uwzględniając w prędkości nietylko jej wielkość ale także i kierunek, otrzymamy następujące 4 kombinacye:

I. Prędkość niezmienna co do wielkości i co do kierunku. Taką jest np. prędkość pociągu, biegnącego po prostoliniowym torze i przebywającego 12 metrów na sekundę.

II. Prędkość niezmienna co do wielkości, lecz zmieniająca swój kierunek. Przykład: prędkość pociągu, biegnącego po łuku i przebywającego 12 metrów na sekundę.

III. Prędkość niezmienna co do kierunku, lecz zmienna co do wielkości. Przy-

kład: prędkość pociągu, który zwalnia biegu na torze prostoliniowym.

IV. Prędkość zmienna i co do kierunku i co do wielkości. Przykład: prędkość pociągu, który zwalnia biegu na łuku.

Zauważmy tu nawiasowo, że w pierwszym z tych przypadków prędkość nie ulega żadnej wogóle zmianie, zaś w trzech pozostałych przypadkach zmienia się. Przekonamy się niebawem, że *rodzaj* ruchu, jaki mamy w przypadku I, różni się *zasadniczo* od rodzaju ruchu, jaki występuje w przypadkach II, III i I IV.

§ 11. **Składanie prędkości** (a). Często widzimy, że ruch ciała jest wynikiem, wypadkiem kilku rozmaitych ruchów, odbywających się jednocześnie. Tak np. *ruch rzeczywisty* piłki toczącej się po pokładzie płynącego statku, jest wypadkiem dwóch ruchów: 1) ruchu piłki względem pokładu i 2) ruchu statku względem wody; (ruchem rzeczywistym będziemy nazywali zmianę położenia ciała względem ziemi). Istotnie, taka piłka, tocząc się, zmienia swe miejsce na statku, a jednocześnie jest unoszona wraz z tym statkiem po powierzchni wody—wykonywa więc jak gdyby dwa ruchy. W ka-

żdym z tych ruchów prędkość ma określoną wielkość i określony kierunek. Jakąż wielkość i jaki kierunek posiadać będzie wypadkowa prędkość piłki, t. j. prędkość w rzeczywistym ruchu piłki?

Wyobraźmy sobie, że statek płynie z zachodu na wschód z prędkością 250 cm/sek, a piłka toczy się po pokładzie w tym samym kierunku z prędkością 150 cm/sek. Po upływie sekundy piłka dzięki prędkości, którą posiada względem pokładu, znajdzie się w miejscu pokładu, położonem o 150 cm na wschód od miejsca pokładu, w którem znajdowała się na początku sekundy. Ale w ciągu tej samej sekundy pokład statku posunął się o 250 cm na wschód, a zatem całkowite przesunięcie piłki względem wody wynosi 150 cm + 250 cm = 400 cm z zachodu na wschód. Ponieważ długość drogi, przebytej przez piłkę w ciągu jednej sekundy nie jest niczem innem, jak prędkością piłki (§ 5), przeto okazuje się w tym wypadku, że prędkość w rzeczywistym ruchu piłki równa się sumie dwóch prędkości, które piłka posiada w swych ruchach, wziętych z osobna. Wyrażamy to krócej, mówiąc, że prędkość w y p a d k o w a piłki

równa się sumie jej prędkości składowych.

§ 12. **O uzmysławianiu prędkości.** Prędkość ciała dogodnie jest czasem uzmysłowić sobie na rysunku, przedstawiając ją w postaci prostoliniowej strzałki, przyczem kierunek strzałki wskazuje kierunek prędkości, a długość strzałki przedstawia w umówionej mierze wartość liczebną tej prędkości. Tak np. jeżeli prędkość jednego metra na sekundę zgodzimy się wyobrażać za pomocą strzałki długiej na $^1/_2$ cm, to prędkość 3 m/sek będziemy musieli przedstawić za pomocą strzałki długiej na $1^1/_2$ cm, prędkość 10 m/sek — za pomocą strzałki długiej na 5 cm, prędkość 50 cm/sek — za pomocą strzałki długiej na $^1/_4$ cm i t. d.

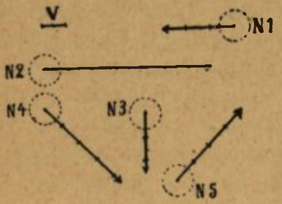


Fig. 1.

Na fig. 1-szej mamy pięć kul, których prędkości zostały uzmysłowione w wyżej podany sposób.

W przypuszczeniu, że tak jak na mapie geograficz-

nej, u góry rysunku mamy północ, u dołu południe, na prawo wschód, na lewo zachód, i że długość, oznaczona literą V, odpowiada prędkości jednego centymetra na sekundę, dość jest spojrzeć na strzałki, by z nich wywnioskować, że kula № 1 porusza się ze wschodu na zachód z prędkością 3 cm/sek, kula № 2 porusza się z zachodu na wschód z prędkością 7 cm/sek, kula № 3 — z północy na południe z prędkością $2^1/_2$ cm/sek, kula № 4—z północo-zachodu na południo-wschód z prędkością $4^1/_2$ cm/sek, i wreszcie kula № 5 porusza się z prędkością 4 cm/sek z południo-zachodu na północo-wschód.

§ 13. **Składanie prędkości** (b). Powróćmy do naszej piłki na statku. Widzieliśmy, że posiada ona dwie rozmaite prędkości składowe, których wynikiem jest jedna prędkość wypadkowa. Ponieważ obie prędkości składowe posiadają jeden i ten sam kierunek, przeto przy przedstawianiu ich za pomocą strzałek, należy strzałkom tym nadać także jeden i ten sam kierunek. Lecz ponieważ prędkości te mają wielkość niejednakową, przeto i długość strzałek mu-

si być różna. Prędkość piłki względem pokładu, równa 150 cm/sek, stanowi $^3/_5$ prędkości 250 cm/sek, z którą piłka jest unoszona przez statek; wskutek tego strzałka, przedstawiająca tę drugą prędkość składową piłki, winna być $^5/_3$ razy dłuższa od strzałki, przedstawiającej pierwszą prędkość. Innemi słowy, druga strzałka musi zawierać 5 takich jednostek długości, jakich pierwsza strzałka zawiera 3. Każda taka jednostka długości odpowiada 50 cm/sek.

Ostatecznie więc dwie prędkości składowe piłki dają się przedstawić zarówno co do kierunku, jak i co do wielkości za pomocą strzałek OA i OB (fig. 2-ga), (na przestrzeni OA obie strzałki biegną razem). Z drugiej strony wiemy, że wynikiem tych dwóch prędkości składowych jest prędkość wypadkowa (§ 11), której kierunek jest ten sam, co kierunek prędkości składowych, a której wielkość równa się sumie prędkości składowych. Wobec tego strzałka, mająca wyobrażać tę prędkość wypadkową piłki, musi mieć ten

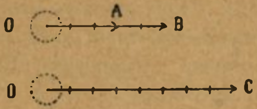


Fig. 2.

sam kierunek, co strzałki OA i OB i posiadać długość równą sumie długości OA (3) i OB (5). Warunkom tym odpowiada strzałka OC (3 + 5 = 8); przedstawia ona prędkość, skierowaną z zachodu na wschód i równą 8 × 50 = 400 cm/sek.

Przypuśćmy teraz, że na statku naszym piłka toczy się tak samo, jak poprzednio z prędkością 150 cm/sek, lecz w kierunku przeciwnym do kierunku biegu statku, t. j. ze wschodu na zachód. Dzięki tej swojej prędkości względem pokładu, piłka w przeciągu sekundy cofnie się o 150 cm na zachód, a ponieważ jednocześnie zostanie uniesiona wraz ze statkiem o 250 cm na wschód, przeto w ostatecznym wyniku posunie się na wschód o długość równą 250—150=100 cm w przeciągu sekundy; innemi słowy, prędkość wypadkowa piłki wyniesie 100 cm/sek i będzie skierowana z zachodu na wschód. Gdyby prędkość piłki względem pokładu była większa, aniżeli prędkość statku względem wody, to wówczas prędkość wypadkowa piłki równałaby się także różnicy pomiędzy dwiema prędkościami składowemi, lecz byłaby skierowana odwrotnie, bo ze wschodu na zachód.

Prędkości składowe piłki dają się przedstawić w naszym wypadku za pomocą strzałek OA i OB (fig. 3-cia), zaś prędkość wypadkową piłki wyobraża strzałka OC o długości, równej różnicy dwóch strzałek składowych, i skierowana w stronę większej.

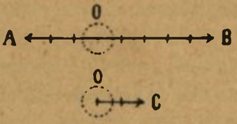


Fig. 3.

Weźmy inny wypadek. Niech na tym samym statku, płynącym z zachodu na wschód z prędkością 250 cm/sek, piłka nasza toczy się z prędkością 150 cm/sek w kierunku z północy na południe, a więc prostopadle do kierunku statku. Dzięki prędkości swojej względem pokładu, piłka po upływie sekundy znajdzie się w punkcie pokładu, położonym o 150 cm na południe od punktu pokładu, z którego wyszła. Ale w przeciągu tej sekundy cały statek przesunął się o 250 cm z zachodu na wschód; w ostatecznym więc wyniku piłka po upływie sekundy znajdzie się w punkcie kuli ziemskiej albo, mówiąc dokładniej, w punkcie atmosfery ziemskiej C (fig. 4-ta), położonym o 150 cm na po-

łudnie i o 250 cm na wschód od punktu atmosfery A, z którego była wyszła na początku sekundy. Chcąc odnaleźć ten punkt C, można z punktu A, gdzie znajdowała się piłka na początku sekundy, posunąć się najpierw o 250 cm na wschód to jest do punktu B, zaś stamtąd o 150 cm na południe,

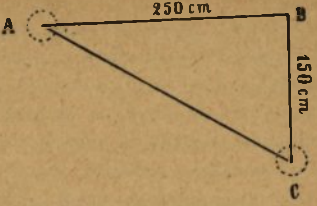


Fig. 4.

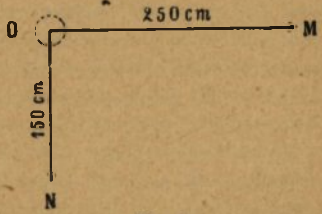


Fig. 5.

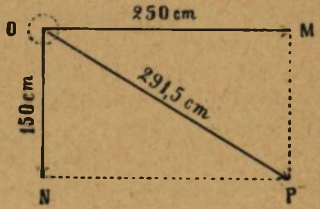


Fig. 6.

a wtedy natrafimy na punkt C. Atoli w rzeczywistości piłka nie taką drogą przechodzi z punktu A do punktu C, lecz obydwa swoje ruchy, t. j. posuwanie się z zachodu na wschód i z północy na południe wykonywa jednocześnie, tak iż, wyszedłszy z punktu A na początku sekundy, w każdej najdrobniejszej cząstce sekundy posuwa się cokolwiek na wschód (wraz ze statkiem) i cokolwiek na południe (względem pokładu) — jednem słowem biegnie ukośnie, przerzynając atmosferę ziemską wzdłuż linii A C.

Jakaż jest wobec tego rzeczywista prędkość piłki? Jaki jest kierunek tej prędkości wypadkowej i jaka jest jej wartość liczebna? Jak wiemy, kierunek prędkości jestto to samo, co kierunek ruchu, a ponieważ piłka porusza się rzeczywiście wzdłuż linii A C, przeto i prędkość jej rzeczywista ma kierunek linii A C. Z drugiej strony, ponieważ drogę A C piłka nasza odbywa w przeciągu jednej sekundy, przeto długość tej drogi przedstawia nam wielkość rzeczywistej prędkości. A zatem linia A C przedstawia rzeczywistą prędkość piłki tak co do kierunku, jak i co do wielkości.

Jeżeli przypomnimy sobie to, co mówiliśmy o uzmysławianiu prędkości (§ 12), to dwie prędkości naszej piłki będziemy mogli przedstawić za pomocą strzałek OM i ON (fig. 5, str. 29), z których pierwsza skierowana jest z zachodu na wschód i posiada długość równą 250 cm, zaś druga skierowana jest z północy na południe i posiada długość równą 150 cm. Jeżeli teraz na liniach OM i ON wykreślimy równoległobok OMPN *) (fig. 6), to linia OP, która nosi miano przekątni równoległoboku, będzie miała ten sam kierunek i tę samą długość, co linia A C na fig. 4-tej (można tego dowieść ściśle). Ale ta linia A C wyobrażała co do kierunku i wielkości prędkość wypadkową piłki, a zatem tę samą prędkość wyobraża i linia OP; innemi słowy, przekątnię OP można uważać za strzałkę

---

*) Wykreślamy równoległobok w sposób następujący: przez punkt M (t. j. przez ostrze strzałki OM) kreślimy linię równoległą do ON; przez punkt N (t. j. przez ostrze strzałki ON) kreślimy linię równoległą do OM — otrzymujemy czworobok OMPN, który nosi miano równoległoboku.

(z ostrzem w punkcie P), przedstawiającą prędkość wypadkową piłki. Zmierzywszy długość przekątni OP, otrzymamy liczbę centymetrów, zawierającą się pomiędzy 291 a 292. Jest to wartość liczebna szukanej prędkości wypadkowej.

Geometrya uczy, że jeżeli zamiast na strzałkach, równych 250 cm i 150 cm, wykreślimy równoległobok na strzałkach pewną liczbę razy większych lub mniejszych (np. równych 500 cm i 300 cm, 25 cm i 15 cm, 5 mm i 3 mm), to 1) nachylenie przekątni względem strzałek będzie w nowym równoległoboku takie same, jak i w pierwotnym równoległoboku OMPN; 2) długość przekątni w nowym równoległoboku będzie tyle razy większa lub mniejsza od OP, ile razy strzałki nowego równoległoboku są większe lub mniejsze od OM i ON. Wynika stąd bezpośrednio, że dla znalezienia kierunku i wielkości prędkości wypadkowej naszej piłki, zamiast wykreślać równoległobok na długościach 250 cm i 150 cm, możemy go wykreślić na długościach dowolnych, byleby te długości znajdowały się w stosunku 250 : 150. Weźmy np. długości 50 ra-

zy mniejsze, t. j. wykreślmy równoległobok na strzałkach, równych 5 cm i 3 cm: kierunek przekątni tego równoległoboku wskaże nam bezpośrednio kierunek szukanej prędkości wypadkowej piłki; chcąc zaś otrzymać wartość liczebną tej prędkości, trzeba będzie długość przekątni pomnożyć przez 50.

W ostatnim przykładzie naszym przypuściliśmy, że piłka toczy się w kierunku z północy na południe, a więc prostopadle do kierunku, w którym płynie statek. Łatwo atoli zauważyć, że wszystkie rozumowania nasze zachowują moc swoją i w takim razie, jeżeli prędkość piłki względem pokładu skierowana jest niedokładnie z północy na południe, lecz jakkolwiek ukośnie, np. tak, jak to wskazują fig. 7 i fig. 8. I wtedy więc strzałką, wyobrażającą prędkość wypadkową piłki, będzie przekątnia równoległoboku, wykreślonego na strzałkach, wyobrażających prędkości składowe piłki.

Zmierzywszy długość tej przekątni, otrzymamy w każdym przypadku wartość liczebną szukanej prędkości wypadkowej. Długość przekątni OP wypada bardzo rozmaita, zależnie od wzajemnego nachylenia prędkości składowych (np. na fig. 7 przekątnia ta

jest o wiele większa niż na fig. 8). Geometrya a w szczególności dział jej, zwany trygonometryą, daje nam zawsze możność znalezienia długości przekątni OP drogą rachunku, bez uciekania się do jej odmierza-

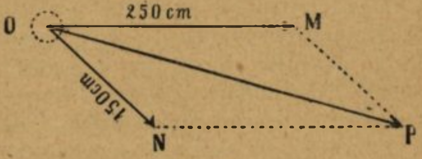


Fig. 7.

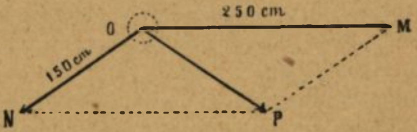


Fig. 8.

nia. Wystarcza znać w tym celu długości OM i ON tudzież wzajemne ich nachylenie, t. j. kąt, zawarty pomiędzy kierunkami prędkości składanych. Taż sama trygonometrya pozwala nam obliczyć i wielkość kąta, który przekątnia tworzy z jedną lub

z drugą strzałką, innemi słowy kąta, który tworzy kierunek prędkości wypadkowej ciała z kierunkiem jednej lub drugiej prędkości składowej.

Dla lepszego oswojenia się ze składaniem prędkości rozpatrzmy jeszcze parę przykładów.

I. Ktoś przesuwa stół od jednej ściany ku drugiej, np. od zachodniej ku wschodniej z prędkością 4 cm/sek, a po stole tym idzie mrówka w kierunku poprzecznym z południa na północ z prędkością 3 cm/sek. Jaka jest rzeczywista prędkość mrówki, t. j. prędkość jej względem ziemi albo, co na jedno wychodzi, wględem podłogi pokoju?

Zgodnie z podanem prawidłem, prędkości dwóch ruchów, w których jednocześnie bierze udział mrówka, przedstawiamy za pomocą strzałek, z których pierwsza OM (fig. 9) wyobraża kierunek z zachodu na wschód i ma 4 jednostki długości, zaś druga ON, prostopadła do pierwszej, zwrócona jest na północ i zawiera 3 jednostki długości. Na tych dwóch strzałkach wykreślamy równoległobok OMPN, którego przekątnia OP przedstawia nam, co do kierunku i co do wielkości, rzeczywistą prędkość mrówki.

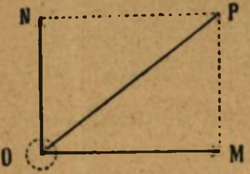


Fig. 9.

Z geometryi wiadomo, że przekątnia takiego równoległoboku ma 5 jednostek długości i tworzy z bokiem OM kąt równy około 37°. Okazuje się zatem, że prędkość rzeczywista mrówki wynosi 5 cm/sek, a kierunek jej tworzy z kierunkiem zachód — wschód kąt równy około 37°.

II. Pole lodowe (olbrzymia, na setki kilometrów rozciągająca się tafla kry podbiegunowej) płynie z północy na południe z prędkością 4 kilometrów na godzinę, a podróżnik jedzie po niem z prędkością 7 km/godz. w kierunku z północo-zachodu na południo-wschód, t. j. w kierunku, który z pierwszym kierunkiem tworzy kąt 45°. Jaka jest rzeczywista prędkość podróżnika? Niech strzałka OM (fig. 10), zwrócona z północy na południe, przedstawia prędkość pola lodowego; strzałka ON, mająca wyobrażać prędkość sanek względem lodu, zawiera 7 takich jednostek długości, jakich strzałka OM zawiera 4, i tworzy z tą ostatnią kąt

45^0. Wykreśliwszy równoległobok na OM i ON, powiadamy, że jego przekątnia OP przedstawia co do kierunku i wielkości prędkość wypadkową owych dwóch prędkości składowych, czyli w danym przypadku prędkość podróżnika względem powierzchni oceanu. Zmierzywszy długość strzałki OP albo też wyznaczywszy tę długość za pomocą trygonometryi, znaleźlibyśmy, że zawiera ona 10, 8 jednostek długości; podobnież dla kąta pomiędzy OM a OP znaleźlibyśmy wielkość 29^0. Wobec tego możemy powiedzieć, że względem ziemi podróżnik posuwa się z prędkością 10, 8 kilometrów na godzinę w kierunku, który z kierunkiem północ—południe tworzy kąt równy 29 stopniom.

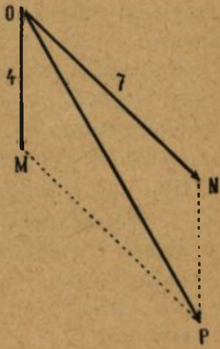


Fig. 10.

Zestawiając w krótkości to wszystko, co było powiedziane o otrzymywaniu prędko-

ści wypadkowej ciała, posiadającego jednocześnie dwie rozmaite prędkości (składowe), otrzymamy następujące prawidła:

I. Jeżeli prędkości składowe mają jeden i ten sam kierunek, to prędkość wypadkowa równa się ich sumie i zachowuje ich kierunek.

II. Jeżeli prędkości składowe mają kierunki wprost przeciwne, to prędkość wypadkowa równa się różnicy dwóch prędkości składowych i posiada kierunek większej.

III. Jeżeli prędkości składowe mają kierunki prostopadłe do siebie lub ukośne, to prędkość wypadkowa równa się przekątni równoległoboku, wykreślonego na prędkościach składowych, i posiada kierunek tej przekątni.

§ 14. **Rozkładanie prędkości.** Widzieliśmy, że jeżeli ciało wykonywa jednocześnie dwa ruchy, to prędkość jego wypadkową otrzymujemy, składając (przez dodawanie, odejmowanie, lub za pomocą równoległoboku) dwie prędkości, które posiada ciało w swych ruchach składowych. Dwie prędkości składamy w jedną. Przy rozpatrywaniu wielu bardzo zagadnień okazuje się rzeczą do-

godną postąpić odwrotnie, t. j. prędkość rzeczywistą danego ciała *rozłożyć* w wyobraźni na dwie prędkości, czyli zastąpić ją dwiema takiemi, które, złożone napowrót (przez dodawanie, odejmowanie lub przy pomocy równoległoboku), dałyby znowu prędkość rzeczywistą ciała. Tak np. jeżeli pływak przepływa rzekę w kierunku ukośnym, to możemy sobie wyobrazić, że jego rzeczywista prędkość, którą przedstawia strzałka OA (fig. 11) składa się jakgdyby z dwóch prędkości: z prędkości OB, z którą unosi pływaka prąd wody, i z prędkości OC, skierowanej w poprzek rzeki, przyczem jeśli dwie te prędkości złożyć na zasadzie równoległoboku, to wypadkową ich będzie OA, t. j. rzeczywista prędkość pływaka. Prędkości OB i OC, razem wzięte, zastępują w zupełności prędkość OA i są z nią równoważne.

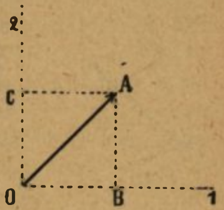


Fig. 11.

Pamiętając w jaki sposób dokonywaliśmy składania prędkości (§ 13), łatwo jest wyprowadzić prawidło na rozkładanie prędko-

ści. Przez początek O strzałki OA, przedstawiającej prędkość, którą zamierzamy rozłożyć (fig. 11), kreślimy dwie linie proste w kierunkach O1 i O2, t. j. w kierunkach, w których chcemy, żeby poszły szukane prędkości składowe. Następnie przez ostrze A strzałki prowadzimy proste równoległe do tamtych prostych, aż do spotkania się z niemi w punktach B i C; wówczas odcinki OB i OC przedstawiają szukane prędkości składowe.

W przytoczonym przykładzie z pływakiem, za kierunki szukanych prędkości składowych obraliśmy kierunek prądu O1 i prostopadły doń kierunek O2. Możnaby wszakże równie dobrze obrać w tym celu inną jakąś parę kierunków, np. kierunki O1' i O2' (fig. 12) albo kierunki O1" i O2" (fig. 13) i otrzymać pary prędkości składowych OB' i OC' albo OB" i OC" i t. d. Wogóle, ponieważ kierunki te są zupełnie dowolne, przeto istnieje nieskończone

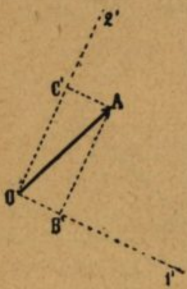


Fig. 12.

mnóswo sposobów, któremi można dokonać rozkładu jednej i tej samej prędkości. Natomiast, gdy mamy złożyć dwie prędkości ciała w jedną, to oczywiście możemy to uczynić tylko jednym sposobem.

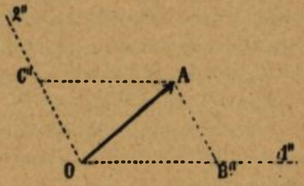


Fig. 13.

Umiemy więc już składać dwie prędkości w jedną i rozkładać jedną prędkość na dwie, ale można sobie wyobrazić, że ciało posiada jednocześnie więcej niż dwie prędkości. Tak np. mrówka, biegnąca po ręku człowieka, który spaceruje po płynącym statku, wykonywa jednocześnie 3 ruchy: 1° porusza się względem ręki człowieka; 2° wraz z człowiekiem porusza się względem statku; 3° porusza się wraz ze statkiem względem morza. Jaka będzie prędkość rzeczywista mrówki? Nie wdając się w szczegółowe roztrząsanie tego rodzaju zagadnień, zauważymy tylko, że składanie trzech i większej liczby prędkości składowych odbywa się

drogą kolejnego składania prędkości po dwie: wypadkową dwóch pierwszych składowych składamy z trzecią prędkością; otrzymaną stąd nową wypadkową składamy z czwartą prędkością; otrzymaną stąd trzecią wypadkową prędkość składamy z piątą daną prędkością i t. d. W podobny sposób odbywa się i rozkładanie danej prędkości na dowolną liczbę dowolnie skierowanych prędkości składowych.

§ 15. **Przyśpieszenie.** Z pomiędzy trzech rodzajów prędkości zmiennej, o których wspomnieliśmy w § 10, rozpatrzmy naprzód prędkość III, która zmienia swą wielkość lecz nie zmienia kierunku. Zmieniając się, prędkość może albo zwiększać się albo zmniejszać się. Jeżeli prędkość zwiększa się, to powiadamy, że ruch ciała jest przyśpieszony. Pociąg, wyruszający ze stacyi, łyżwiarz rozpędzający się na lodzie, kamień swobodnie spadający, poruszają się ruchem przyśpieszonym. Jeżeli prędkość zmniejsza się, to mówimy, że ruch jest opóźniony (właściwie należałoby mówić przyśpiesz*a*ny, opóźni*a*ny). Pociąg dobiegający do stacyi, łyżwiarz, gdy przestanie poruszać nogami,

kamień, do góry rzucony, poruszają się ruchem opóźnionym.

§ 16. **Przyśpieszenie ruchu jednostajnego.** *Jeżeli prędkość zwiększa się o równe wielkości w przeciągu równych czasów, to ruch taki nazywa się ruchem jednostajnie przyśpieszonym.* Jeżeli prędkość pociągu, która w pewnej określonej chwili wynosiła 1200 cm/sek, wynosi po upływie 20 sekund 1300 cm/sek, po upływie 40 sekund 1400 cm/sek, po upływie 60 sekund 1500 cm/sek..., to ruch pociągu jest jednostajnie— przyśpieszony. *Przyrost prędkości*, przypadający na jednostkę czasu, nazywamy *przyśpieszeniem ruchu jednostajnie-przyśpieszonego.* Z samego określenia tego ruchu wynika, że przyśpieszenie ma w nim wielkość stałą.

§ 17. **Przyśpieszenie w ruchu niejednostajnie-przyśpieszonym.** Jeżeli ruch jest niejednostajnie przyśpieszony (lub opóźniony), to wówczas nie może być mowy o jednem przyśpieszeniu, wspólnem dla całego trwania ruchu, lecz jedynie o przyśpieszeniu w pewnej danej chwili. P r z e z p r z y ś p i e s z e n i e w p e w n e j d a n e j c h w i l i

rozumiemy przyrost prędkości, któregoby nabyło ciało w ciągu najbliższej sekundy, gdyby, począwszy od owej chwili, poruszało się ruchem jednostajnie przyśpieszonym. W praktyce przyśpieszenie to znaleźć można w sposób podobny do tego, w jaki znajdowaliśmy prędkość w pewnej określonej chwili (§ 9). Nie będziemy zatrzymywali się dłużej nad tym przedmiotem.

§ 18. **Jednostka przyśpieszenia.** Przyśpieszenia mierzymy osobną jednostką. Jednostka przyśpieszenia jest to takie *przyśpieszenie*, przy którem w przeciągu jednostki czasu prędkość ciała zwiększa się o jednostkę prędkości. Jednostka przyśpieszenia może być oczywiście rozmaita, zależnie od tego, jakie jednostki obierzemy do wymierzenia prędkości i czasu. Ponieważ za jednostkę czasu fizycy obrali sekundę, a za jednostkę prędkości prędkość jednego centymetra na sekundę czyli 1 cm/sek, przeto jednostką przyśpieszenia będzie dla nich przyśpieszenie takie, przy którem w prze-

ciągu jednej sekundy prędkość ciała zwiększa się o 1 cm/sek. Jeżeli zgodzimy się posługiwać tak określoną jednostką przyśpieszenia, to dla otrzymania wartości liczebnej przyśpieszenia w danym ruchu jednostajnie-przyśpieszonym należy dowolnie wielki przyrost prędkości, wyrażony w cm/sek, podzielić przez liczbę sekund, zużytych na nabycie tego przyrostu. Otrzymany *iloraz* da nam liczbę szukanych jednostek przyśpieszenia. W przypadku naszego pociągu z § 16 przyrost prędkości, nabyty np. w ciągu 20 sekund, wynosi $1300 - 1200 = 100$ cm/sek, a zatem przyśpieszenie równa się $\frac{100}{20} = 5$ (wyżej określonym) jednostkom przyśpieszenia.

Jeżeli zapytamy teraz o wymiar (§ 8) przyśpieszenia, to łatwo zauważyć, że będzie nim iloraz $\frac{[\text{długość}]}{[\text{czas}]^2}$. Istotnie, symbol ten powinien przypominać nam samo określenie przyśpieszenia, wskazując na działania rachunkowe, które przy otrzymywaniu pewnego danego przyśpieszenia wykonywamy nad jednostkami zasadniczemi. Otóż otrzymujemy przyśpieszenie, dzieląc przyrost prędkości

przez czas. Przyrost prędkości jest także pewną prędkością, posiada więc wymiar $\frac{[\text{długość}]}{[\text{czas}]}$, skąd wynika, że przyśpieszenie, jako przyrost prędkości, podzielony przez czas, posiada wymiar $\frac{[\text{długość}]}{[\text{czas}]\,[\text{czas}]}$ czyli $\frac{[\text{długość}]}{[\text{czas}]^2}$.

Zgodnie z tem, symbolem obranej przez nas jednostki przyśpieszenia będzie cm/sek^2 (czytaj centymetr na kwadrat sekundy). Symbol ten zastępuje nazwę, której jednostka przyśpieszenia nie posiada, podobnie jak i odpowiednia jednostka prędkości cm/sek.

Od czasów Galileusza wiemy, że ciała spadają na ziemię ruchem jednostajnie-przyśpieszonym, w którym przyśpieszenie wynosi 981 cm/sek^2 (w Europie środkowej na poziomie morza). Znaczy to innemi słowy, że w końcu każdej sekundy spadające swobodnie ciało posiada prędkość, o 981 cm/sek większą od prędkości, którą posiadało w końcu poprzedniej sekundy.

§ 19. **Ruch jednostajnie opóźniony.** W całkiem podobny sposób ruchem jedno-

stajnie opóźnionym nazwiemy ruch taki, w którym prędkość zmniejsza się w równych czasach o równe wielkości. Ubytek prędkości, przypadający na jednostkę czasu, nazywamy opóźnieniem albo przyśpieszeniem ujemnem ruchu jednostajnie opóźnionego. Opóźnienie to ma wielkość stałą w przeciwieństwie do opóźnienia w ruchu niejednostajnie-opóźnionym, które może być w każdej chwili inne (§§ 9, 17). Ciało, rzucone pionowo do góry, porusza się ruchem jednostajnie opóźnionym, w którym przyśpieszenie ujemne wynosi 981 cm/sek^2.

§ 20. **Przyśpieszenie w ruchu po linii krzywej.** Zajmijmy się teraz ruchem, w którym prędkość zmienia ustawicznie swój kierunek (§ 10: II i IV), t. j. ruchem, w którym ciało porusza się po linii krzywej. Każdą linię krzywą (fig. 14, I) możemy wystawić sobie, jako

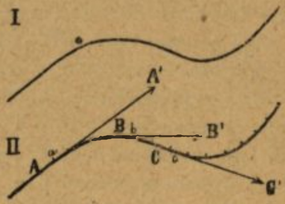


Fig. 14.

złożoną z bardzo wielkiej liczby bardzo ma-

łych odcinków prostych (fig. 14, II), i przyjąć, że w każdej chwili kierunek prędkości ciała dany jest przez kierunek odcinka, na którym w danej chwili znajduje się ciało. Tak np. w punkcie drogi A prędkość ciała posiada kierunek AA', w punkcie B — kierunek BB', w punkcie C — kierunek CC' i t. p. Jeżeli oprócz tego strzałkom tym nadano długości, proporcyonalne do wartości liczebnych prędkości, to fig. 14, II powiada nam zarazem, że prędkość ciała w punkcie drogi C jest o $^1/_3$ mniejsza niż w punkcie drogi A i o $^1/_6$ większa niż w punkcie B.

Linia prosta AA', której cząstka Aa zlewa się z jednym z niezmiernie małych odcinków, składających naszą krzywą, nazywa się *styczną* do tej krzywej w punkcie A. A więc proste AA', BB', CC' są to wszystko styczne do krzywej w punktach A, B, C. Wobec tego możemy powiedzieć, że jeżeli ciało porusza się po linii krzywej, to kierunek jego prędkości dany jest w każdej chwili przez kierunek stycznej do tej krzywej.

Jeżeli ciało powiększa (lub zmniejsza) swą prędkość, nie przestając poruszać się po linii prostej, to taką zmianę prędkości

możemy sobie wyobrazić w ten sposób, że do prędkości dawnej, posiadanej przedtem, przybywa pewien przyrost, pewna prędkość dodatkowa, mająca ten sam kierunek, co i dawna prędkość, i że ta dodatkowa prędkość, dodana do dawnej prędkości, daje nam nową prędkość ciała. Tak np. jeżeli spadający pionowo kamień miał w pewnej określonej chwili prędkość 10 m/sek a w jakiś czas potem posiada prędkość (również pionową) równą 30 m/sek, to można sobie wyobrazić, że ta nowa prędkość powstała przez dodanie do dawnej prędkości—prędkości dodatkowej, wynoszącej 20 m/sek. Jeżeli dawną prędkość kamienia przedstawimy zapomocą strzałki OA, skierowanej z góry na dół (fig. 15, I), to nową prędkość OB otrzymamy przez przystawienie do strzałki OA strzałki AB, przedstawiającej przyrost prędkości. Dawna prędkość i przyrost prędkości odgrywają tu rolę dwóch prędkości składowych, których wypadkową jest nowa prędkość (§ 13). Podobnież w ruchu prostoliniowym, w którym pręd-

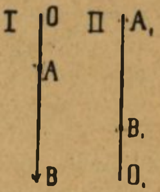


Fig. 15.

kość maleje, np. w ruchu kamienia, rzuconego pionowo do góry (który w pewnej danej chwili ma prędkość 30 m/sek, a w jakiś czas potem — prędkość 10 m/sek), możemy otrzymać strzałkę nowej prędkości OB_1 (fig. 15, II) przez odcięcie A_1B_1 (przyrostu ujemnego) od strzałki dawnej prędkości OA_1.

Cóż się jednak stanie, jeżeli ten przyrost, ta prędkość dodatkowa, którą mamy dołączyć do dawnej prędkości, by otrzymać nową prędkość, będzie skierowana (z jakich powodów — o to tymczasem mniejsza) nie w tym samym kierunku, w którym idzie dawna prędkość lecz w innym?

Wyobraźmy sobie np., że do dawnej prędkości OA (fig. 16), posiadanej przez ciało, wypada nam dołączyć w pewnej chwili prędkość dodatkową OB. Znaczy to innemi słowy, że ciało, o które chodzi, nie tracąc dawnej swej prędkości, otrzymuje na dodatek prędkość OB, skierowaną prostopadle do OA; kierunki i wielkości strzałek przedstawiają kierunki i wielkości dwóch prędkości, posiadanych jednocześnie przez ciało. Wynikiem tych dwóch

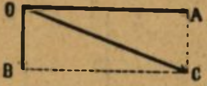


Fig. 16.

prędkości składowych będzie dla ciała pewna prędkość wypadkowa, którą znajdujemy na zasadzie prawidła, podanego w § 13: na prędkościach OA i OB, wykreślamy równoległobok OA CB, a wówczas przekątnia tego równoległoboku OC przedstawi nam zarówno co do wielkości, jak i co do kierunku, prędkość rzeczywistą ciała.

Przypuśćmy, że przedtem ciało poruszało się w kierunku poziomym (fig. 17, 1). Cóż teraz nastąpi? Prędkość nowa OC (fig. 17, 2) posiada kierunek odmienny od kierunku dawnej prędkości OA, a więc ciało musi zboczyć od linii poziomej. Jeżeli po pew-

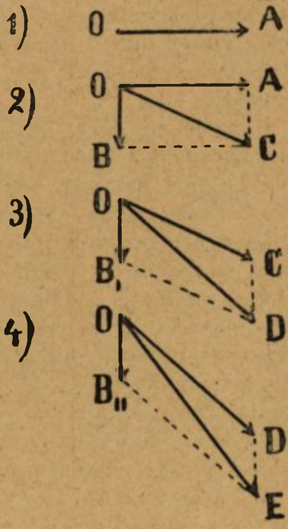


Fig. 17.

nym czasie wypadnie nam do tej nowej prędkości OC przystawić nowy przyrost OB_1, to wynikiem tych dwóch prędkości będzie nowa wypadkowa prędkość OD, jeszcze bardziej oddalająca się od linii poziomej, aniżeli prędkość OC; przyrost OB_1, dodany do prędkości OD, da nam prędkość OE i t. d. Łatwo zrozumieć, że ciało, które kolejno przybiera szereg takich prędkości, jak OA, OC, OD, OE..., poruszać się będzie po linii krzywej.

Okazuje się więc, że zarówno w ruchu niejednostajnym prostoliniowym, jak i w ruchu po linii krzywej, prędkość w każdej chwili można sobie wyobrazić jako wypadkową dwóch prędkości: 1⁰ prędkości, którą ciało posiadało w chwili poprzedniej, i 2⁰ pewnej prędkości dodatkowej. Różnica polega na tem, że w ruchu prostoliniowym przyrost prędkości, skierowany jest tak samo, jak prędkość w chwili poprzedniej, t. j. wzdłuż drogi (wprost lub wstecz), zaś w ruchu krzywoliniowym kierunek przyrostu tego jest ukośny względem drogi ciała.

W ruchu krzywoliniowym, podobnie jak i w ruchu po linii prostej, p r z y r o s t p r ę d k o ś c i, przypadający na jednostkę czasu,

nazywa się przyśpieszeniem, przyczem za kierunek przyśpieszenia uważamy kierunek owego przyrostu, t. j. mówiąc poglądowo, kierunek owej strzałki, którą trzeba przystawić do dawnej prędkości, by otrzymać nową prędkość. Można więc powiedzieć, że w ruchu niejednostajnym prostoliniowym przyśpieszenie ma w każdej chwili ten sam kierunek, co i droga ciała (wprost lub wstecz), natomiast w ruchu krzywoliniowym przyśpieszenie ma w każdej chwili kierunek ukośny względem drogi.

Tym sposobem wszelką zmianę, jaka zachodzi w prędkości ruchu bez względu na to, czy zmiana ta dotyczy wielkości prędkości, czy też jej kierunku, przypisujemy istnieniu przyśpieszenia i rozróżniamy z tego punktu widzenia dwa zasadniczo różne rodzaje ruchu: z jednej strony mamy ruch, nie posiadający przyśpieszenia, t. j. ruch prostoliniowy jednostajny (§ 10, I); z drugiej strony—ruch, posiadający przyśpieszenie, które może zmieniać bądź wielkość, bądź kierunek, bądź wreszcie i wielkość i kierunek prędkości (§ 10, II, III i IV).

Przyśpieszenia, podobnie jak i prędkości, można uzmysławiać na rysunku zapomocą

prostoliniowych strzałek, przyczem kierunek strzałki wskazuje zawsze kierunek przyśpieszenia, a długość strzałki przedstawia w umówionej mierze wartość liczebną tego przyśpieszenia.

Przyśpieszenie, skierowane ukośnie względem drogi ciała, zmienia na ogół nietylko kierunek, lecz także i wielkość prędkości. Istotnie, nowa prędkość ciała jest w takim razie przekątnią równoległoboku, wykreślonego na dawnej prędkości i na przyroście prędkości, posiada więc naogół długość odmienną od długości, przedstawiającej dawną prędkość. Atoli kierunek i wielkość przyrostu prędkości mogą być tak dobrane, że przekątnia równoległoboku wypadnie równą dawnej prędkości, jak to widzimy np. na fig. 18, a wówczas otrzymamy ruch o prędkości zmiennej co do kierunku, lecz niezmiennej co do wielkości (§ 10, II) innemi słowy ruch jednostajny po krzywej.

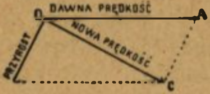


Fig. 18:

Z pomiędzy ruchów tego rodzaju szczególnie ważne znaczenie posiada w mechanice ruch jednostajny po kole. Z rozważań geo-

metrycznych, w które wchodzić tu nie możemy, wynika, że przyśpieszenie w takim ruchu skierowane jest stale ku środkowi koła, zaś wartość liczebna tego przyśpieszenia równa się ilorazowi z kwadratu prędkości ciała przez długość promienia koła. Tak np. jeżeli uwiązany na sznurku kamień krąży po kole o promieniu równym 80 cm z prędkością równą 200 cm/sek, to przyśpieszenie w takim ruchu wynosi $\frac{(200)^2}{80} = \frac{200 \times 200}{80} = \frac{40000}{80} = 500$ cm/sek². Księżyc krąży dokoła ziemi po kole o promieniu równym 38220000000 cm z prędkością równą 102000 cm/sek; wynika stąd, że przyśpieszenie w obiegu księżyca dokoła ziemi wynosi $\frac{102000 \times 102000}{38220000000} = 0{,}27$ cm/sek². Przyśpieszenie to jest skierowane w każdej chwili ku środkowi koła, które zakreśla księżyc w swym biegu, a więc ku środkowi ziemi.

§ 21. **Składanie przyśpieszeń.** Jeżeli ciało wykonywa jednocześnie dwa ruchy (składowe), z których każdy posiada pewne przyśpieszenie, to ruch rzeczywisty (wy-

padkowy) ciała będzie także posiadał pewne przyśpieszenie. Opierając się na tem, co wiemy o składaniu prędkości, można dowieść (rozumowań tych nie podajemy), że strzałka przyśpieszenia wypadkowego otrzymuje się w każdym wypadku ze strzałek przyśpieszeń składowych w taki sam zupełnie sposób, w jaki otrzymywaliśmy strzałkę prędkości wypadkowej ze strzałek prędkości składowych (§ 13) a zatem:

I. Jeżeli przyśpieszenia składowe mają jeden i ten sam kierunek, to przyśpieszenie wypadkowe równa się ich sumie i zachowuje ich kierunek.

II. Jeżeli przyśpieszenia składowe mają kierunki wprost przeciwne, to przyśpieszenie wypadkowe równa się różnicy dwóch przyśpieszeń składowych i posiada kierunek większego i wreszcie:

III. Jeżeli przyśpieszenia składowe mają kierunki prostopadłe do siebie lub ukośne, to przyśpieszenie wypadkowe równa się przekątni równoległoboku, wykreślonego na przyśpieszeniach składowych, i posiada kierunek tej przekątni.

Jeżeli statek porusza się z zachodu na wschód ruchem jednostajnie-przyśpieszo-

nym, w którym przyśpieszenie wynosi 40 cm/sek^2, a piłka toczy się po pokładzie z północy na południe ruchem jednostajnie-przyśpieszonym, w którym przyśpieszenie wynosi 30 cm/sek^2, to dla otrzymania przyśpieszenia w ruchu rzeczywistym piłki należy wykreślić równoległobok na strzałkach OR i OS (fig. 19). Przekątnia OT tego równoległoboku zawiera 50 takich jednostek długości, jakich 40 i 30 mieści się w bokach OR i OS, i tworzy z kierunkiem OR kąt równy 37^0 (porównaj fig. 9). A zatem szukane przyśpieszenie wynosi 50 cm/sek,^{2} a kierunek jego tworzy z kierunkiem zachód — wschód kąt 37^0.

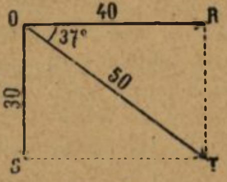


Fig. 19.

§ 22. **Rozkładanie przyśpieszeń.** Bardzo często okazuje się rzeczą dogodną przyśpieszenie, które ciało posiada w ruchu rzeczywistym, rozłożyć w wyobraźni na dwa przyśpieszenia składowe, idące wzdłuż pewnych dowolnie przez nas obranych kierun-

ków. Takie rozkładanie przyśpieszeń odbywa się w ten sam zupełnie sposób, co i rozkładanie prędkości.

§ 23. **Ruch postępowy i obrotowy**. Dotąd, przy rozpatrywaniu ruchu ciała, uważaliśmy je zawsze jakgdyby za jeden punkt (§ 3), nie mieliśmy przeto potrzeby zajmować się ruchami, jakie mogły przytem wykonywać oddzielne części ciała. Zdarzają się atoli i takie ruchy, o których niepodobna jest dać należytego pojęcia, opisując ruch jednego tylko punktu; takiemi ruchami będą np. ruch wskazówki zegara, ruch koła na osi, ruch skrzydeł wiatraka i t. p.— wogóle tak zwane ruchy obrotowe.

Jeżeli ruch ciała jest tego rodzaju, że wszystkie punkty ciała opisują drogi równe i równoległe, to ruch taki nazywa się ruchem postępowym. Jeżeli ćwiartkę papieru będziemy przesuwali po stole w taki sposób, żeby brzegi jej pozostawały zawsze równoległemi do brzegów stołu, to ruch ćwiartki będzie postępowy, chociażbyśmy jej kazali odbywać drogi jaknajbardziej pozakrzywiane (fig. 20). Można także powiedzieć, że w ruchu postępowym ciało zmienia swe położe-

nie lecz nie zmienia swej *oryentacyi* względem pewnych stałych kierunków (w danym razie względem krawędzi stołu).

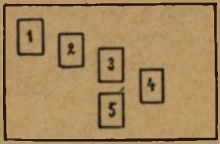


Fig. 20.

Ruchy obrotowe odbywają się bądź dokoła osi, (koło u wozu) bądź dokoła jednego punktu, (bąk rozkołysany lub fryga). Ten ostatni rodzaj obrotu nosi miano kręcenia się.

Bardzo często zdarzają się ruchy ciał mieszane, złożone z ruchu postępowego i obrotowego. Jeżeli, przesuwając ćwiartkę papieru po stole będziemy jednocześnie zmieniali jej oryentacyę, to ruch taki można rozpatrywać jako połączenie ruchu postępowego z obrotowym (fig. 21).



Fig. 21.

ROZDZIAŁ II.

O siłach.

§ 24. **Siła wywołuje ruch**. Jeżeli ciało, które dotąd znajdowało się w spoczynku, zaczyna się poruszać, to przypuszczamy, że nie dzieje się to nigdy bez jakiegoś pobudzenia zzewnątrz, lecz zawsze za sprawą jakiejść podniety, jakiegoś oddziaływania ze strony innych ciał. Spostrzegłszy np. że piłka, która dotąd leżała spokojnie na oknie, zaczyna się toczyć, wnioskuję zaraz, że albo poruszył ją podmuch wiatru, albo popchnęła ręka stojącego opodal chłopca, albo może przejeżdżający powóz wywołał drżenie ulicy, domu a zatem i okna, którego wstrząśnienie udzieliło się z kolei piłce i t. p.
Gałęzie drzew pochylają się pod nacis-

kiem wiatru, szalka wagi idzie na dół, gdy na niej położymy ciężarek, kula wybiega z działa za sprawą spalającego się prochu, gwóźdź żélazny przyskakuje do magnesu, a lekki skrawek papieru do potartej o sukno laski laku itd. itd. W każdym z tych przypadków poruszenie się ciała kładziemy na karb pewnej podniety zewnętrznej, której nadajemy ogólne miano *siły*. Powiadamy więc, że piłka potoczyła się, bo na nią podziałała siła mięśniowa chłopca, szalka wagi poszła na dół wskutek działania siły ciężkości, gałęzie drzew pochyliły się pod wpływem siły wiatru, kulę działową wyrzuciła siła rozszerzających się gazów, gwóźdź żelazny zbliżył się do magnesu za sprawą siły przyciągania magnetycznego, a skrawek papieru do laku za sprawą siły elektrycznej itd. itd.

Posługując się tym wyrazem *siła*, możemy uwagę naszą, dotyczącą poruszania się ciał, które przedtem znajdowały się w spoczynku, wyrazić w sposób następujący: c i a ł o, b ę d ą c e w s t a n i e s p o c z y n k u, t r w a w n i m d o p ó t y, d o p ó k i n i e z o s t a n i e z m u s z o n e d o w y j ś c i a

z tego stanu przez jakąś siłę, zzewnątrz działającą.

§ 25. **Siła niweczy ruch.** Jeżeli z dwóch jednakowo silnie uderzonych piłek — jedna potoczy się po trawniku, a druga po równo ubitej ścieżce, to pierwsza zatrzyma się o wiele wcześniej niż druga. Dlaczego? Tłomaczymy to sobie tem, że w pierwszym przypadku nierówna powierzchnia trawnika wywiera na poruszającą się piłkę działanie silniej hamujące, aniżeli w drugim przypadku gładka powierzchnia ubitej ziemi. To działanie hamujące nazywamy pospolicie tarciem, a podobnie jak poprzednio nazwaliśmy siłą podnietę, wyprowadzającą ciało ze spoczynku, tak samo teraz oddziaływanie powierzchni, hamujące ruch ciała, nazwiemy również siłą. Powiadamy więc, że w pierwszym z naszych dwóch przypadków ruchowi piłki sprzeciwia się siła tarcia większa aniżeli w drugim. Gdybyśmy równie silnie, jak dwie pierwsze, uderzyli jeszcze trzecią piłkę, lecz puścili ją po gładkiej tafli zamarzniętej sadzawki, to po niej piłka toczyłaby się dłużej jeszcze niźli po ubitej ścieżce, doznawałaby bowiem jeszcze mniej-

szego tarcia. Wogóle, im słabsze są siły, sprzeciwiające się ruchowi piłki, tem dłużej utrzymuje się ten ruch.

Takie i tym podobne spostrzeżenia prowadzą do wniosku, że gdyby można było uwolnić piłkę z pod wpływu wszelkich sił zewnętrznych, to piłka ta, raz w ruch wprowadzona, nie zatrzymałaby się nigdy lecz biegłaby wiecznie „przed siebie" po linii prostej, z prędkością niezmienną. Jeżeli prędkość piłki zmniejsza się, to winny temu zawsze siły zewnętrzne (np. tarcie); jeżeli prędkość zwiększa się, to dzieje się to także wskutek działania sił zewnętrznych (np. nowego uderzenia, ciężkości na pochyłościach); wreszcie jeżeli zmienia się kierunek prędkości, to i taka zmiana nie może nastąpić inaczej, jak za sprawą sił zewnętrznych (np. uderzenie, podmuch wiatru).

§ 26. **Pierwsze prawo ruchu Newtona.** Widzieliśmy w § 24, że żadne ciało, będące w stanie spoczynku, nie może poruszyć się dopóty, dopóki nie oddziałają na nie siły zewnętrzne. Teraz przekonywamy się, że jeżeli na ciało, które raz zostało w ruch wprowadzone, nie działają już potem

żadne siły zewnętrzne, żadne podniety ze strony innych ciał, to ciało takie porusza się stale ruchem jednostajnym po linii prostej. Zestawiając oba te przypadki, możemy powiedzieć z Newtonem:

Każde ciało zachowuje swój stan spoczynku lub ruchu jednostajnego po linii prostej dopóty, dopóki nie zostanie zmuszone do zmiany tego stanu przez siły, zzewnątrz działające.

Jest to tak zwane pierwsze prawo ruchu Newtona; wyraża ono własność materyi, zwaną bezwładnością, i wskutek tego znane jest także pod nazwą **prawa bezwładności.**

W życiu potocznem spotykamy się bardzo często ze zjawiskiem ruchu na mocy bezwładności. Póki stoimy jeszcze na stopniu biegnącego tramwaju, ciało nasze posiada prędkość tego tramwaju, i gdyby w pewnej danej chwili zniknęło wszystko dokoła prócz naszej tylko osoby, to polecielibyśmy w przestrzeń ruchem jednostajnym po linii prostej z prędkością, równą prędkości tramwaju. Z chwilą gdy zeskoczymy ze stopnia na bruk uliczny, podeszwy nasze dotykają ziemi, i tarcie ich o kamienie wywiera siłę hamującą, powstrzymującą ruch nóg na-

szych, które wskutek tego bardzo prędko zatrzymują się, podobne w tem do piłki, rzuconej na trawnik, gdy tymczasem górna część ciała, na którą w pierwszych chwilach nie działa żadna znaczniejsza siła, nie przestaje poruszać się naprzód ruchem prostoliniowym jednostajnym z prędkością tramwaju. Wobec zatrzymania się nóg, wynikiem tego ruchu tułowia musi być upadek głową naprzód, jeżeli tej różnicy w prędkości nie wyrównamy za pomocą odpowiednich ruchów mięśni. W ten sam sposób tłomaczy się padanie pasażerów naprzód lub wtył przy raptownem stawaniu lub ruszaniu pociągu. Podobnież, uderzając trzonkiem młotka o twardą podstawę, możemy, osadzić mocno żelazo młotka na trzonku. Istotnie, dopóki, trzymając w ręku trzonek wraz z luźnie na nim siedzącem żelazem, opuszczamy je szybko ku ziemi, dopóty i trzonek i żelazo mają prędkość jednakową, ale trzonek zatrzymuje się raptownie z chwilą, gdy dolny jego koniec oprze się o podstawę, gdy tymczasem luźno siedzące żelazo, na mocy bezwładności, porusza się jeszcze przez chwilę na dół, dopóki nie napotka silnego oporu

ze strony drzewa i nie osadzi się na niem nieruchomo.

§ 27. **Wielkość, kierunek i punkt przyłożenia siły.** Mianem siły oznaczyliśmy pochodzącą z zewnątrz podnietę, która bądź wywołuje ruch ciała dotąd nieruchomego, bądź zmienia ruch już istniejący, bądź wreszcie ruch ten niweczy.

Zmiana ruchu polega na zmianie prędkości i dotyczyć może zarówno wielkości, jak i kierunku prędkości.

W sile rozróżniamy w i e l k o ś ć, k i e r u n e k i p u n k t p r z y ł o ż e n i a.

Wielkość siły będziemy oceniali podług wielkości zmian, które siła ta wywołuje w ruchu ciała. Niebawem (§ 37) nauczymy się mierzyć te zmiany, a tem samem nauczymy się mierzyć siłę jej zdolnością do wytwarzania ruchu. Niezależnie od tego możemy dokonać pomiaru siły przez zrównoważenie jej (§ 30) pewną znaną nam siłą.

Kierunkiem siły jest kierunek, w którym siła ta usiłuje poruszyć swój punkt przyłożenia (t. j. punkt ciała, do którego jest przyłożona).

Siła jest *stała*, jeżeli ani wielkość jej, ani kierunek nie zmieniają się z biegiem czasu;

w przeciwnym razie siła jest *zmienna*; siły *ciągłe* działają przez czas dłuższy, np. siła konia, ciągnącego wóz po drodze; siły *chwilowe* działają przez krótką chwilę, np. uderzenie młotkiem.

Z pomiędzy rozmaitych sił, których działanie obserwujemy, najbezpośredniej przedstawia nam się siła własnych mięśni naszych. Wywierając ją na otaczające nas ciała, zdolni jesteśmy wyprowadzać je ze spoczynku, zmieniać wielkość i kierunek ich prędkości, wreszcie zatrzymywać ciała, będące w ruchu. O wielkości siły, wywartej w każdym poszczególnym przypadku, poucza nas bezpośrednio zmysł siły. Pomimo, że wrażeniom mięśniowym zbywa zazwyczaj na większej subtelności, czujemy jednak zupełnie wyraźnie, że większą siłę wywieramy przy podnoszeniu funta, niż przy podnoszeniu łuta. Możemy wywierać siłę mięśni naszych w najrozmaitszych kierunkach (różne kierunki siły). Możemy ją wywierać na różne punkty danego ciała (różne punkty przyłożenia siły).

§ 28. **Równowaga sił.** (a) Spójrzmy na dwóch chłopców, którzy ciągną, każdy w swoją stronę, końce sznura, nie będąc w stanie przemódz jeden drugiego. Jest

rzeczą niewątpliwą, że każdy z chłopców wywiera na sznur ten siłę—mówi im to wyraźnie ich zmysł mięśniowy—azresztą, dość jest, by jedna z tych sił przestała działać, żeby działanie drugiej ujawniło się natychmiast w ruchu sznura. A jednak siły te nie zmieniają prędkości sznura, który był i pozostaje w spoczynku. Powiadamy o takich dwóch siłach, że się równoważą wzajemnie. Tak samo równoważy się ciężar jabłka z siłą sprężystą uginającej się pod niem gałęzi, albo siła pływaka z siłą prądu wody, jeżeli pływak nie zmienia swego miejsca na powierzchni rzeki. Jeżeli wiatr pędzi łódkę w jedną stronę, bieg wody unosi ją w inną stronę, a mimo to wioślarz, robiąc wiosłami, utrzymuje łódkę nieruchomo w jednym i tym samym punkcie rzeki, to mówimy, że 3 siły, wywierane przez wiatr, przez prąd wody i przez wioślarza, równoważą się wzajemnie.

Powiadamy wogóle, że dwie lub więcej sił, przyłożonych do ciała, równoważy się wzajemnie, jeżeli działania, wywierane przez nie na to ciało, znoszą się wzajemnie, t. j. jeżeli ciało zachowuje się pod względem ruchu swego tak, jakgdyby sił tych nie było wcale.

§ 29. **Siły równe.** Powiadamy, że dwie siły są równe co do wielkości, jeżeli działając w kierunkach przeciwnych na jeden i ten sam punkt ciała, równoważą się wzajemnie.

Rozciągnięta taśma gumowa dąży do skrócenia się i wskutek tego usiłuje wywołać ruch ciał, do których przytwierdzone są jej końce; wywiera więc na te ciała pewną siłę w kierunku swojej długości. Zawieśmy na takiej taśmie kulę ołowianą; taśma wydłuży się i przybierze kierunek pionowy, co jest oznaką, że wywiera ona na kulę pewną siłę, skierowaną do góry wzdłuż linii pionowej. Z drugiej strony wiemy, że na kulę działa pionowo na dół siła, zwana ciężarem kuli. Ponieważ zawieszona kula pozostaje w spoczynku, przeto obie powyższe siły równoważą się wzajemnie. Jak się dowiemy później, zarówno ciężar kuli, jak i siłę, wywieraną przez taśmę, można sobie wyobrazić jako siły przyłożone do jednego i tego samego punktu kuli, a wobec tego, na mocy określenia, podanego na czele niniejszego §, powiadamy, że siła sprężysta, wywierana przez taśmę, równa się liczebnie ciężarowi kuli.

Trzymając kulę na dłoni, wykonywamy doświadczenie, całkiem podobne do doświadczenia z taśmą—równoważymy ciężar kuli siłą mięśni naszych, która posiada w danym razie kierunek wprost przeciwny kierunkowi ciężaru kuli, zaś wartość liczebną równą wartości liczebnej tego ciężaru. Ale siłę sprężystą, wywieraną przez taśmę, może ocenić każdy podług wielkości wydłużenia, gdy tymczasem o sile, wywieranej przez mięśnie nasze, nikt inny prócz nas samych nie może mieć żadnego wyobrażenia.

§ 30. **Ciężarowa jednostka siły.** Bądź jak bądź, w równoważeniu sił, przyłożonych do jednego i tego samego punktu ciała i skierowanych wprost przeciwnie, posiadamy sposób mierzenia jednej siły za pomocą drugiej siły, siły nieznanej za pomocą siły znanej.

Doświadczenie wykazuje, że o ile pewne ciało nie zmienia miejsca swego na ziemi, to ciężar tego ciała jest siłą zupełnie stałą. Z tego powodu do mierzenia innych sił używamy najchętniej ciężaru, który pewne określone ciało posiada w miejscowości, gdzie odbywa się mierzenie tych sił. Za takie

ciało wzorcowe obieramy tak zwany *kilogram normalny*, t. j. kawałek platyny, przechowywany we francuskiem archiwum państwowem w Paryżu. Siła, z którą ziemia przyciąga ów kawałek platyny (lub dokładną jego kopję) nazywa się ciężarem kilograma i stanowi tak zwaną ciężarową czyli grawitacyjną jednostkę siły. Jednostka ta posiada, ściśle rzecz biorąc, wielkość różną w różnych punktach ziemi, większą np. pod biegunem niż na równiku, większą u poziomu morza, niż na dnie szybu kopalnianego lub na szczycie góry. Ponieważ różnice te nie przenoszą zwykle $^1/_{200}$ części całości, więc w praktyce najczęściej nie zwracamy na nie uwagi; niemniej przeto należy zawsze pamiętać o tem, że ciężar gwichtu kilogramowego w Paryżu jest nieco inny (mniejszy) niż ciężar tego samego gwichtu w Warszawie, że trzymany na dłoni kilogram inaczej nieco (słabiej) ciśnie na nią w Paryżu, niż w Warszawie, zaś zawieszony na taśmie lub sprężynie powoduje inne nieco (mniejsze) wydłużenie.

Ze zwiększeniem ciężaru, zawieszonego na taśmie, zwiększa się wydłużenie taśmy. Jeżeli zanotujemy sobie wydłużenia taśmy

przy obciążeniach 1-go, 2-ch, 3-ch, 10-ciu, 20-tu... kilogramów, to, zawiesiwszy na niej potem jakiś ciężar nieznany, będziemy mogli ocenić jego wielkość podług wielkości wywołanego przezeń wydłużenia. Nie dość na tem; łatwo zrozumieć, że jeżeli zamiast ciężaru przyłożymy do końca taśmy inną jakąś siłę np. mięśniową, to i wtedy wydłużenie taśmy da nam miarę przyłożonej siły w kilogramach.

Ciężar jednego grama jest to ciężar jednej tysiącznej części kilograma normalnego.

§ 31. **Dynamometry**. Taśmę gumową możemy zastąpić o wiele dokładniejszą w działaniu sprężyną spiralną z drutu stalowego (fig. 22). Taka sprężyna wraz z umieszczoną obok podziałką, umożliwiającą odczytywanie wydłużeń, stanowi przyrząd, zwany *wagą sprężynową*. Biorąc rzecz ogólniej, przyrząd taki jest *dynamometrem*, czyli *siłomierzem*, może bowiem służyć nietylko do ważenia ciężarów lecz także do mierzenia (w jednostkach ciężarowych) naj-



Fig. 22.

rozmaitszych innych sił. Waga sprężynowa bywa często urządzona nieco inaczej, a mianowicie w taki sposób, że dolny koniec sprężyny pozostaje nieruchomym, a przyłożona siła działa na górny koniec i usiłuje już nie rozciągnąć sprężynę, lecz zgnieść ją, poprzybliżać jedne do drugich jej pojedyncze zwoje. Miarą wywieranej siły jest tu oczywiście nie wydłuzenie lecz skrócenie sprężyny.

Z pomiędzy innych dynamometrów bardzo pospolity jest dynamometr, przedstawio-



Fig. 23.



Fig. 24.

ny na fig. 23 (nieobciążony) i na fig. 24 (obciążony), a także dynamometr w kształcie podłużnej obręczy, służący do mierzenia

siły dłoni i palców (przy uścisku). Obręcz ta, ściśnięta w ręku, ulega zgniecению, o którego wielkości sądzimy z przesunięcia specyalnej wskazówki, połączonej z obwodem obręczy za pomocą dość skomplikowanego mechanizmu.

§ 32. **Równowaga sił.** (b) Gdzie tylko zachodzi jakakolwiek zmiana w prędkości ciała, t. j. gdzie tylko występuje przyśpieszenie, tam bezwątpienia mamy do czynienia z działaniem sił (§ 26), ale nie wszędzie, gdzie działają siły, zachodzić musi koniecznie zmiana prędkości; zdarzyć się bowiem może, że wszystkie siły, przyłożone do ciała, równoważą się wzajemnie, a wtedy ciało zachowuje się tak, jakgdyby na nie nie działały żadne siły, t. j. albo pozostaje w stanie spoczynku albo porusza się prostoliniowo ruchem jednostajnym.

Weźmy np. wagon tramwaju konnego, biegnący jednostajnie po prostoliniowym torze. Wiadomo nam, że ruch tego rodzaju zachodzi wtedy, gdy na ciało nie działa żadna siła zewnętrzna, ale czyż w danym razie można przypuścić taki wypadek? Oczywiście że nie, ponieważ widzimy, że koń wy-

wiera na wagon siłę swych mięśni. Pozostaje więc tylko przypuścić, że zachodzi równowaga pomiędzy wszystkiemi siłami, przyłożonemi do tramwaju. Na wagon taki działają następujące siły:

1⁰ siła pociągowa, wywierana przez konia za pomocą mięśni. Gdyby pomiędzy orczykiem a wagonem umieścić sprężynę, to wydłużenie sprężyny dałoby nam pojęcie o wielkości tej siły pociągowej, która ciągnie nasz wagon naprzód.

2⁰ tarcie kół o szyny; siła ta działa w taki sposób, jakgdyby usiłowała cofnąć wagon wstecz.

3⁰ opór powietrza; siła ta sprzeciwia się również ruchowi wagonu.

4⁰ ciężar wagonu; siła ta jest skierowana pionowo na dół i sprawia uginanie się szyn.

5⁰ sprężystość szyn, uginających się pod ciężarem wagonu; siła ta działa pionowo do góry, usiłując podnieść wagon.

Ponieważ ruch wagonu jest jednostajny i prostoliniowy, przeto wagon zachowuje się tak, jakgdyby nie działała nań żadna siła: skutki, wywołane przez wszystkie siły, znoszą się — siły są w równowadze. Gdyby ktoś takie same zupełnie siły poprzykładał do

wagonu, znajdującego się w spoczynku, to wagon nie poruszyłby się wcale.

Jakkolwiek więc dziwnie to brzmieć może dla ucha, nie oswojonego z terminologją mechaniczną, niemniej przeto przyjąć możemy, że na wagon kolei konnej, pędzący z prędkością jednostajną po prostoliniowym torze, faktycznie nie działa żadna siła, wszystkie bowiem siły, przyłożone do tramwaju, znoszą się wzajemnie. Zrozumiejmy to dobrze. Gdyby naraz cudem jakimś zniknęło wszystko dokoła naszego wagonu — wszystko prócz niego samego, tak iż wagon ten, znalazłszy się w próżnej przestrzeni, przestałby doznawać wszelkich oporów, to z tą samą prędkością, z jaką porusza się w danej chwili, poleciałby w przestrzeń i leciałby wiecznie przed siebie, nie zmieniając ani wielkości swej prędkości, ani jej kierunku. Gdyby natomiast podczas jednostajnego biegu wagonu zniknął tylko koń t. j. gdyby zniknęła tylko siła pociągowa, to wagon, doznając oporów ze strony szyn i powietrza, zacząłby zwalniać biegu i wreszcie zatrzymałby się po dłuższym, lub krótszym czasie. Można więc nie bez pewnej słuszności powiedzieć obrazowo, że podczas

ruchu jednostajnego koń właściwie nie ciągnie wcale tramwaju (który toczy się sam na mocy bezwładności) lecz tylko z drogi rozpędzonego wagonu usuwa wszelkie przeszkody. To samo dzieje się we wszystkich ruchach jednostajnych, jakie spotykamy w praktyce (ruchy wozów, pociągów, statków i t. p.); odbywają się one zawsze przy równowadze siły poruszającej i oporów, przyczem oporami nazywamy wszelkie siły, starające się ruch zniweczyć.

§ 33. **Ruch, wywołany przez siłę stałą.** Jeżeli znika siła pociągowa a pozostają opory, to ruch wyczerpuje się za ich sprawą i stopniowo gaśnie, aż wreszcie ustaje zupełnie. Nasuwa się teraz pytanie, co nastąpi w przypadku odwrotnym, jeżeli siła pociągowa pozostanie niezmienioną, a opory znikną, innemi słowy, jeżeli poddamy ciało działaniu jednej tylko siły stałej. Doświadczenie stwierdza, że w takim razie ruch ciała będzie jednostajnie przyśpieszony. Nie możemy wprawdzie wykonać takiego doświadczenia z wszelką ścisłością, nie mamy bowiem sposobu uwolnienia się od

wszystkich oporów, ale możemy zbliżyć się do takiego idealnego wypadku.

Postawmy na bardzo gładkiej poziomej desce, albo, lepiej jeszcze, na poziomych szynach niewielki wózek (może to być np. zabawka dziecinna) o tyle starannie odrobiony, żeby doznawał podczas ruchu bardzo nieznacznego tarcia. Zamiast dyszla niech nam służy spiralna sprężynka, lub tasiemka gumowa (fig. 25). Przytrzymując wózek lewą ręką i ująwszy prawą za koniec sprężynki, rozciągamy ją o tyle, żeby wydłużenie jej wyniosło np. 2 centymetry, a następnie, odjąwszy szybko lewą rękę od wózka, zaczynamy ciągnąć go za spężynkę, usuwając prawą rękę z taką prędkością, żeby wydłużenie sprężynki pozostawało wciąż jednakowem, t. j. równem dwóm centymetrom. Okazuje się, że chcąc dopiąć tego celu, musimy usuwać rękę coraz to prędzej, a zbadawszy dokładniej ruch wózka, przekonamy się, że jest to ruch jednostajnie-przyśpieszony.

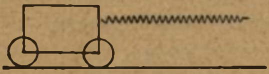


Fig. 25.

Rozpatrzmy nieco bliżej znaczenie tego doświadczenia.

Zauważmy przedewszystkiem, że ponieważ wózek nasz toczy się w kierunku poziomym, przeto ciężkość jako siła, skierowana pionowo, nie wpływa bezpośrednio na ruch naszego wózka (pośrednio ciężkość wpływa na ruch wózka, wpływając na wielkość tarcia), który porusza się tak, jakgdyby ciężkość nie istniała wcale. Stałe wydłużenie sprężyny jest oznaką, że na wózek wywieramy pewną siłę stałą. Jeżeli tarcie wózka jest, jak to założyliśmy, bardzo nieznaczne w porównaniu z siłą, którą wywieramy na wózek za pośrednictwem sprężyny, to możemy tarcia tego nie brać wcale pod uwagę i powiedzieć, że ruch wózka odbywa się za sprawą jednej siły stałej, której wielkość określa się wydłużeniem sprężyny. Wobec tego wszystkiego możemy wyniki doświadczenia streścić w zdaniu:

Pod wpływem siły stałej ciało swobodne (t. j. wolne od wpływu innych sił) porusza się ruchem jednostajnie przyśpieszonym, czyli innemi słowy: *siła stała nadaje ciału przyśpieszenie stałe.*

§ 34. **Siła a przyśpieszenie.** Podług wielkości tego przyśpieszenia, sądzimy

o wielkości siły i zakładamy, że wielkość siły stałej jest proporcjonalna do wielkości udzielonego przez nią przyśpieszenia. Jeżeli jednemu i temu samemu ciału (np. jednemu i temu samemu „wózkowi bez tarcia") siła stała № 1 nadaje przyśpieszenie 2 cm sek^2, siła stała № 2—przyśpieszenie 4 cm sek^2, a siła stała № 3—przyśpieszenie 100 cm sek^2, to siła № 2 jest dwa razy większa od siły № 1 i 25 razy mniejsza od siły № 3. Jeżeli siła jest zmienna (bądź co do wielkości, bądź co do kierunku), to można zawsze podzielić czas jej działania na cząstki tak małe, żeby w przeciągu każdej takiej cząstki można było uważać siłę za stałą (zarówno co do kierunku, jak i co do wielkości), a wtedy i przyśpieszenie, przez ten czas wywołane, będzie stałe (zarówno co do wielkości, jak i co do kierunku). W ciągu każdej takiej cząstki czasu ruch ciała będzie jednostajnie przyśpieszony, a wielkość siły—zgodnie z założeniem naszem—proporcjonalna do wielkości tego przyśpieszenia. Możemy zatem przyjąć, że wartość każdej wogóle siły jest proporcjonalna do wzbudzonego przez nią przyśpieszenia, przyczem kierunek tego

przyśpieszenia jest kierunkiem siły. Kamień, na który działa siła przyciągania ziemi, spada ruchem jednostajnie — przyśpieszonym, którego przyśpieszenie wynosi 981 cm sek^{-2} (w Europie środkowej). Ten sam kamień, znalazłszy się na księżycu, spadałby nań ruchem jednostajnie przyśpieszonym o przyśpieszeniu, równem 186 cm sek^{2}. Wobec tego powiadamy, że siła, którąby wywierało tam na kamień przyciąganie księżyca jest 5 razy mniejsza (186 i 981), anizeli siła, wywierana na kamień przez przyciąganie ziemi. Na słońcu przyśpieszenie wynosi 27120 cm sek^{-2}, a zatem wartość siły przyciągania, którąby wywierało na ten że kamień słońce, jest 30 razy większa niż wartość siły przyciągania ziemskiego.

§ 35. **Masa.** Równe siły (§ 29) udzielają różnym ciałom przyśpieszeń niejednakowych. Jedno i to samo uderzenie nogą nadaje większą prędkość piłce niż kuli armatniej. Jeżeli na „wózku bez tarcia" (opisanym w § 33) umieścimy raz pomarańczę, a drugi raz cegłę i w obu wypadkach usuwać będziemy rękę z taką prędkością, żeby wydłużenie sprężyny było stałe i wynosiło

np. 3 cm, tj. żeby mięśnie ręki naszej wywierały w obu wypadkach siłę jednakową, to przekonamy się, że w drugim wypadku otrzymamy ruch o przyśpieszeniu mniejszem aniżeli w pierwszym wypadku. Powiadamy, że dzieje się to dlatego, że masa cegły jest większa, aniżeli masa pomarańczy (ciężary tych ciał nie grają tu żadnej roli! porównaj § 33).

Powiadamy, że masy dwóch ciał są równe, jeżeli równe siły udzielają tym ciałom równych przyśpieszeń. Za jednostkę masy fizycy przyjęli *masę grama*, t. j. jedną tysiączną część masy tak zwanego kilograma normalnego, którym jest kawałek platyny, przechowywany we francuskiem archiwum państwowem w Paryżu (porównaj § 30). Centymetr sześcienny wody dystylowanej, wziętej przy temperaturze 4^0 C, posiada masę, prawie ściśle równą masie jednego grama.

Ponieważ masa gram jest jednostką względnie małą, przeto w wielu razach, dla lepszego uzmysłowienia opisywanych zjawisk posługiwać się będziemy masą kilograma.

Jeżeli powiadamy o jakiemś ciele, np. o pewnej danej cegle, że posiada ona masę

5 kilogramów, to takie powiedzenie nasze ma znaczenie następujące. Gdybyśmy wykonali z „wózkiem bez tarcia" dwa doświadczenia, kładąc nań za pierwszym razem naszą cegłę, a za drugim razem ów kilogram normalny lub jego dokładną kopję i gdybyśmy do ciągnienia wózka użyli w obu razach jednej i tej samej siły stałej, to siła ta nadałaby cegle przyśpieszenie 5 razy mniejsze aniżeli kilogramowi. Jeżeli ta sama siła, przyłożona kolejno do tego samego „wózka bez tarcia," nadaje umieszczonym na nim ciałom № 1, № 2, № 3... przyśpieszenia 10, 15, 20... razy mniejsze od przyśpieszenia, nadawanego przez nią kilogramowi normalnemu, a ciałom № 4, № 5, № 6... przyśpieszenia 10, 15, 20... razy większe. to mówimy, że ciała № 1, № 2, № 3... posiadają masy 10-ciu, 15-tu, 20-tu kilogramów, a ciała № 4, № 5, № 6... posiadają masy $^1/_{10}$, $^1/_{15}$, $^1/_{20}$... kilograma.

Taki jest sens wyrazu m a s a w mechanice. W praktyce nikt nie porównywa mas pomiędzy sobą przez wożenie ich na „wózkach bez tarcia." Byłoby to nietylko wielce kłopotliwe, lecz przedewszystkiem bardzo niedokładne, albowiem niepodobna uwol-

nić się zupełnie od tarcia, a i mierzenie ścisłe przyśpieszeń nie jest rzeczą łatwą.

Najprostszym i zarazem najdokładniejszym sposobem porównywania mas jest ważenie ciał. Ponieważ doświadczenie wykazuje, że w jednem i tem samem miejscu kuli ziemskiej ciężary ciał są proporcjonalne do ich mas, przeto dwa ciała, równoważące się na szalkach wagi, t. j. dwa ciała, mające równe ciężary (w jednem i tem samem miejscu) mają i masy równe.

§ 36. **Masa a ciężar.** Z zależności powyższej możemy korzystać przy mierzeniu mas, ale nie powinniśmy nigdy zapominać o tem, że ciężar ciała i masa ciała są to rzeczy zasadniczo różne, nie mniej różne np. aniżeli bułka dwugroszowa i dwugroszniak, za który ją kupiliśmy. Ciężar ciała jest to siła, którą wywiera na to ciało ziemia, usiłując przybliżyć je do siebie, gdy tymczasem masa ciała jest to ta jego cecha, od której zależy większa lub mniejsza trudność poruszenia go; jest to, rzec można, stopień wytrwałości, z jaką ciało opiera się wszelkim usiłowaniom, mającym na celu zmianę jego prędkości. Ciężar ciała jest to podnieta do ruchu, z ze-

wnątrz pochodząca, zależna od położenia tego ciała względem innych ciał, a przeto zmienna; przeciwnie, masa ciała jest to cecha czysto wewnętrzna, od otoczenia ciała całkiem niezależna, cecha bezwzględnie niezmienna.

Gdziekolwiek umieścimy ciało i jakimkolwiek poddamy je przeobrażeniom, masa jego pozostanie bez zmiany, jeżeli tylko podczas wędrówek tych i przeobrażeń nie uronimy żadnej najdrobniejszej cząstki tego ciała i nie pozwolimy przyłączyć się doń cząstkom innych ciał. W tem znaczeniu określa się czasem masę, jako ilość materji, zawartej w ciele.

Kawałek ołowiu, posiadający masę 100 gramów w Warszawie, będzie posiadał ściśle tę samą masę w Nowym-Yorku, na równiku i pod biegunem, na szczycie najwyższej góry i na dnie najgłębszego szybu kopalnianego — posiadałby ją na księżycu, na słońcu, na najdalszej gwiaździe. Kawałkowi temu możemy nadać kształt najrozmaitszy, możemy rozciągnąć go lub ścisnąć, ogrzać lub oziębić, stopić go lub zamienić na parę — zawsze masa tego ołowiu pozostanie ściśle równą 100 gramom; jedna i ta sama

siła, przyłożona do tego ołowiu udzieli mu zawsze jednego i tego samego przyśpieszenia.

Zawieśmy ten nasz kawałek ołowiu na haczyku czułej wagi sprężynowej (§ 31), umieszczonej np. w sali Muzeum Przemysłu i Rolnictwa w Warszawie. Wydłużenie sprężyny daje nam miarę ciężaru, który nasz kawałek ołowiu posiada w tem miejscu. Jeżeli, zapamiętawszy kreskę podziałki, na której stanęła wskazówka wagi, przeniesiemy się z całym przyrządem na dno głębokiego szybu w kopalni Wielickiej, to ten sam kawałek ołowiu wydłuży tam sprężynę nieco słabiej niż w sali Muzeum, będzie przeto miał ciężar nieco mniejszy, będzie ważył nieco mniej, aczkolwiek będzie to różnica niesłychanie drobna. W taki sam sposób możemy się przekonać, że tenże kawałek ołowiu waży mniej na szczycie góry, niż u jej podnóża, mniej na równiku, niż w okolicach podbiegunowych, mniej w Paryżu, niż w Warszawie itd. Obliczono, że w takiej odległości od ziemi, w jakiej znajduje się od nas księżyc, każde ciało waży mniej aniżeli $\frac{1}{3000}$ część tego, co waży np. w Warszawie. Kula karabinowa—uwagę tę robi prof. Warburg — wystrzelona w takiej

odległości, ważyłaby zaledwie jakieś kilka miligramów, a więc, praktycznie biorąc, nic prawie; ale ponieważ zachowałaby bez zmiany swą masę, przeto działanie jej na napotkane ciało ludzkie nie byłoby ani trochę mniej mordercze od tego, które wywiera ona na ziemi.

Gdy mówimy, że pewne ciało posiada *masę* 100 gramów, to kwestja postawiona jest zupełnie jasno i nie dwuznacznie, znaczy to bowiem, że masa danego ciała jest 10-ą częścią masy znanego nam kilograma normalnego. Cóż jednak znaczy powiedzenie, że pewne ciało posiada *ciężar* 100 gramów, skoro wiemy, że ciężar ciała nie jest bynajmniej niczem stałem? Mówiąc, że ciężar danego ciała równa się 100 gramom, wyrażamy jedynie ten fakt, że w każdem miejscu ciało to jest przyciągane przez ziemię z siłą równą tej, z jaką (w tem samem miejscu) przyciągana jest 10-a część kilograma normalnego. Wielkości tej siły powiedzenie nasze nie określa wcale. Jak widzieliśmy jest ona różna, w różnych punktach kuli ziemskiej, tak iż wyrażenie „ciężar 100 gramów” może w jednem doświadczeniu oznaczać siłę nieco większą, w innem

doświadczeniu, siłę nieco mniejszą. Atoli różnice te są tak nieznaczne, że w praktyce możemy najczęściej nie zwracać na nie uwagi.

§ 37. **Drugie prawo ruchu Newtona.** W § 27 zapowiedzieliśmy, że siłę będziemy mierzyli jej zdolnością do wytwarzania ruchu.

W § 34 założyliśmy, że siła jest proporcjonalna do przyśpieszenia, to znaczy, że siłę, przyłożoną do ciała, nazywamy tem większą, im większe wzbudza ona w niem przyśpieszenie. Z drugiej strony, z określenia masy (§ 35) wynika, że wzbudzone przyśpieszenie jest tem mniejsze, im masa ciała jest większa: siła, przyłożona do ciała o masie wielkiej, wzbudzi w niem przyśpieszenie małe. Ostatecznie więc siła, przyłożona do ciała o wielkiej masie i wzbudzająca w niem przyśpieszenie wielkie, musi być siłą wielką; musi być ona tem większa, im większa jest masa ciała i musi być tem większa, im większe jest wzbudzone przyśpieszenie. Ponieważ, jak wiadomo z arytmetyki, iloczyn jest tem większy, im większa jest mnożna i tem większy, im większy jest mnożnik, przeto

będziemy w zgodzie z tem, cośmy dotąd mówili o wielkości siły, jeżeli za miarę tej wielkości przyjmiemy w każdym wypadku iloczyn z masy poruszanego ciała przez wzbudzone w niem przyśpieszenie. Jeżeli masę ciała będziemy wyrażali w gramach, a przyśpieszenie w cm/sek^2, to jednostką siły będzie siła, która masie jednego grama udziela przyśpieszenia jednego cm/sek^2, innemi słowy siła, która, działając na masę jednego grama, w przeciągu sekundy powiększa prędkość tej masy o 1 cm/sek. Jednostka ta nosi nazwę *dyny* (od wyrazu greckiego dynamis = siła).

Ciało o masie 50 gramów, np. ciężarek 50-cio gramowy, spada na ziemię (jak każde wogóle ciało) ruchem jednostajnie przyśpieszonym, w którym przyśpieszenie wynosi 981 cm/sek^2; siła, z którą ciężarek ten jest przyciągany przez ziemię, wywołuje w masie 50 gr. przyśpieszenie 981 cm/sek^2, a zatem wielkość tej siły równa się $50 \times 981 = 49050$ dyn. Ciężar więc 50 gramów przedstawia siłę 49050 dyn. Ciężar jednego grama przedstawia siłę 981 dyny. Ciężar 20 kilogramów przedstawia siłę $20 \times 1000 \times$

981 = 19620000 dyn. Na księżycu, gdzie przyśpieszenie spadku wynosi 186 cm sek^{2} (§ 34) nasz ciężarek 50 gramowy byłby przyciągany (przez księżyc), z siłą 50 $\times$ 186 = 9300 dyn; na słońcu — z siłą 50 $\times$ 27120 = 1356000 dyn.

Przyjęta przez nas zasada mierzenia siły iloczynem z masy przez przyśpieszenie znana jest w nauce pod nazwą *drugiego prawa ruchu Newtona*. aczkolwiek sam Newton wyraził tę zasadę w formie nieco odmiennej, której przytaczać nie będziemy.

§ 38. **Zasada niezależności działania sił.** W uzupełnieniu drugiego prawa ruchu Newtona, zasada niezależności działania sił wyjaśnia, że działanie siły na ciało nie zależy, ani od ruchu, który to ciało już posiada, ani też od działania innych sił, jakie mogą być przyłożone do ciała jednocześnie z daną siłą.

Badając (przy pomocy „wózka bez tarcia") przyśpieszenie, udzielone ciałom przez siły (§ 33), braliśmy ciało, będące w spoczynku, i na to ciało kazaliśmy działać sile. Atoli łatwo przekonać się, że siła, działając na ciało, będące już nie w spoczynku, lecz w ruchu, udziela ciału takiego samego przy-

śpieszenia, jakiego udzieliłaby ciału będącemu w spoczynku. Jeżeli ciału, będącemu w spoczynku, pewna siła udziela przyśpieszenia 5 cm/sek^2, to jak wiadomo w końcu 1-ej sekundy (licząc od chwili, w której zaczęła działać siła) ciało będzie posiadało prędkość 5 cm/sek, w końcu 2-ej sekundy prędkość $5 + 5 = 10$ cm/sek, w końcu 3-ej sekundy prędkość $10 + 5$ cm/sek itd. Otóż, jeżeli tej samej sile każemy działać na to samo ciało, będące już nie w spoczynku lecz w ruchu, a więc posiadające np. prędkość 12 cm/sek, to po pierwszej sekundzie działania siły ciało będzie miało prędkość $12 + 5 = 17$ cm/sek, po upływie drugiej sekundy—prędkość $17 + 5 = 22$ cm/sek... Czy więc siła działa na ciało, będące w stanie spoczynku, czy też w stanie ruchu, skutek tego działania jest ten sam: działanie siły nie zależy od ruchu, jaki ciało już posiada.

J e ż e l i k i l k a s i ł d z i a ł a n a c i a ł o j e d n o c z e ś n i e, to każda z nich udziela mu od siebie takiego (co do wielkości i co do kierunku) p r z y ś p i e s z e n i a, j a k i e g o b y u d z i e l i ł a, g d y b y d z i a ł a ł a s a m a j e d n a. Wynikiem wszystkich tych

przyśpieszeń (dla ciała uważanego jako punkt (§ 3) jest, jak wiemy (§ 21), pewne przyśpieszenie wypadkowe, które otrzymujemy z przyśpieszeń składowych przez dodawanie, odejmowanie, lub zapomocą równoległoboku. Jeżeli siła № 1 jest taka, że działając na ciało sama jedna, nadałaby mu przyśpieszenie 40 cm/sek² w kierunku z północy na południe (fig. 26), a siła № 2 jest taka, że, działając sama jedna, nadałaby temuż ciału przyśpieszenie 30 cm/sek² w kierunku z zachodu na wschód, to skutkiem jednoczesnego działania obu sił będzie przyśpieszenie wypadkowe, którego kierunek i wielkość dane są przez przekątnię równoległoboku, wykreślonego na przyśpieszeniach 40 cm/sek² i 30 cm/sek². Wartość liczebna tego przyśpieszenia wypadkowego wynosi 50 cm/sek², a kierunek jego tworzy z kierunkiem północ—południe kąt 37⁰.

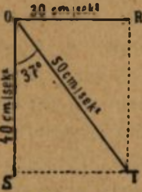


Fig. 26.

Zasadę niezależności działania sił można wyrazić w zdaniu następującem: *siła sprawia jeden i ten sam skutek, t. j. udziela jednego i tego samego przyśpieszenia zupełnie*

niezależnie od tego, czy ciało, na które działa, jest w ruchu, czy w spoczynku, i czy działa ona sama jedna, czy też w towarzystwie innych sił.

§ 39. **Składanie sił.** Dwie siły z poprzedniego § № 1 i № 2, działając na ciało jednocześnie, udzielają mu dwóch przyśpieszeń (40 cm/sek^2 i 30 cm/sek^2), których wynikiem jest jedno przyśpieszenie wypadkowe (50 cm/sek^2). Ale można sobie wyobrazić, że takie same zupełnie (co do wielkości i co do kierunku) przyśpieszenie zostało nadane ciału za pomocą jakiejś *jednej* siły № 3. Ruch ciała, wywołany przez współczesne działanie sił № 1 i № 2, nie różni się niczem od ruchu wywołanego przez działanie siły № 3, albowiem w obu tych ruchach przyśpieszenie jest jedno i to samo. Pomyślana przez nas siła № 3, która zastępuje w zupełności siły № 1 i № 2 razem wzięte, nazywa się ich wypadkową.

Ponieważ kierunkiem siły nazywamy kierunek wzbudzanego przez nią przyśpieszenia, przeto kierunki trzech naszych przyśpieszeń są zarazem kierunkami trzech sił № 1, № 2 i № 3, a mianowicie: kierunki

dwóch strzałek, na których został wykreślony równoległobok przyśpieszeń (fig. 26), przedstawiają nam kierunki sił składowych № 1 i № 2; zaś kierunek przekątni równoległoboku przedstawia nam kierunek siły wypadkowej № 3. A wielkości tych sił? Wielkość siły otrzymujemy mnożąc przyśpieszenie przez masę (§ 37). Otóż wszystkie trzy siły działają na jedną i tę samą masę, a zatem wielkość tych 3-ech sił otrzymamy, mnożąc 3 przyśpieszenia przez jedną i tę samą liczbę, wyrażającą masę ciała. Jeżeli masa ta wynosi np. 10 gramów, to dla trzech sił naszych otrzymamy wartości liczebne $40 \times 10 = 400$ dyn, $30 \times 10 = 300$ dyn i $50 \times 10 = 500$ dyn. Jak widzimy *każda* z sił wyraża się liczbą 10 razy większą, aniżeli odpowiednie przyśpieszenie. Gdyby masa ciała była równa nie 10 gr., lecz 15 gr. 100 gr., 1000 gr.... albo też $^1/_2$ gr., $^1/_{10}$ gr., $^1/_{50}$ gr...., to każda z sił wyraziłaby się liczbą 15, 100, 1000 razy większą, albo też 2, 10, 50 razy mniejszą, aniżeli odpowiednie przyśpieszenie.

Siły, podobnie jak prędkości i przyśpieszenia, możemy wyobrażać na rysunku za pomocą strzałek, przyczem kierunek strzał-

ki wskazuje w każdym wypadku kierunek siły, a długość strzałki przedstawia w umówionej mierze wartość liczebną siły. Łatwo zauważyć, że te same trzy strzałki, które na fig. 26 wyobrażały przyśpieszenia, wzbudzane przez siły № 1, № 2 i № 3, mogą służyć do przedstawienia i samych sił. Istotnie, jeżeli jednostce siły, t. j. dynie nadamy na rysunku (fig. 27) długość 10 razy mniejszą (a mamy prawo to uczynić, boć skala rysunku jest całkiem dowolna) od długości, którą nadawaliśmy przedtem (fig. 26) jednostce przyśpieszenia, to siły 400 dyn, 300 dyn i 500 dyn będą posiadały na rysunku (fig. 27) te same długości, które posiadały na fig. 26 przyśpieszenia: 40 cm/sek², 30 cm/sek² i 50 cm/sek². Rzecz prosta, że gdyby masa ciała równała się nie 10 gramom, lecz np. 15 gr. 100 gr., 1000 gr.... albo $^1/_2$ gr., $^1/_{10}$ gr, $^1/_{50}$ gr...., to dla utożsamienia strzałek, wyobrażających siły ze strzałkami, które wyobrażały przedtem przyśpieszenia, trzebaby tylko odpowiednio zmienić

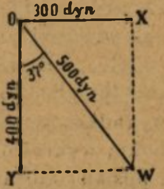


Fig. 27.

na rysunku długość dyny. Z tej możności przedstawienia w każdym wypadku sił składowych i siły wypadkowej za pomocą tych samych strzałek, które służą do przedstawienia przyśpieszeń składowych i przyśpieszenia wypadkowego, wynika wniosek, że składanie sił odbywać się musi podług tych samych prawideł, co i składanie przyśpieszeń, a więc:

I. Jeżeli siły składowe mają jeden i ten sam kierunek, to siła wypadkowa równa się ich sumie i zachowuje ich kierunek.

II. Jeżeli siły składowe mają kierunki wprost przeciwne, to siła wypadkowa równa się różnicy sił składowych i posiada kierunek większej i wreszcie:

III. Jeżeli siły składowe mają kierunki prostopadłe do siebie, lub ukośne, to siła wypadkowa równa się przekątni równoległoboku, wykreślonego na siłach składowych, i posiada kierunek tej przekątni.

Wóz, ciągniony przez dwa konie, zaprzężone „koń przed koń,” z których jeden wywiera siłę 100 kilogramów, a drugi siłę 50 kilogramów, porusza się tak, jakgdyby był ciągniony przez jednego konia, wywierającego siłę $100 + 50 = 150$ kg. Stół, po-

pychany w strony przeciwne przez dwóch chłopców, z których jeden wywiera siłę 20 kg., a drugi siłę 15 kg., poruszy się tak, jakgdyby tylko silniejszy chłopiec wywarł nań siłę 20 — 15 = 5 kg. Skrzynia, ciągniona przez dwóch robotników, z których jeden wywiera siłę 40 kg., a drugi prostopadle do pierwszego — siłę 30 kg. porusza się tak, jakgdyby ją ciągnął jeden tylko robotnik z siłą 50 kg. w kierunku, który tworzy kąt 37° z kierunkiem siły, wywieranej przez pierwszego robotnika.

Rozumowania nasze dotyczyły dwóch sił składowych. W razie większej liczby sił, przyłożonych do ciała (zawsze uważanego, jako punkt), uciekamy się w celu otrzymania siły wypadkowej, do kolejnego składania sił składowych po dwie, zupełnie tak samo, jak to czyniliśmy z prędkościami (§ 13) i z przyśpieszeniami (§ 21).

Następujące proste doświadczenie pozwala sprawdzić w sposób bardzo efektowny, że istotnie dwie siły, działające na ciało (punkt) pod kątem, można zastąpić jedną siłą, otrzymaną z nich według prawidła równoległoboku.

Trzy sznury, schodzące się (fig. 28)

w punkcie A, obciążamy ciężarami 4 kg., 5 kg. i 3 kg. (oczywiście możnaby wziąć równie dobrze 400 gr., 500 gr. i 300 gr., albo 4 gr. 5 gr. 3 gr. i t. p.). Sznury pierwszy i trzeci przerzucone są przez bloki, przytwierdzone do poziomej belki, natomiast drugiemu sznurowi (5 kg.) pozwalamy zwieszać się swobodnie. Doświadczenie wykazuje, że przy takim stosunku obciążeń (t. j. 4 : 5 : 3) sznury z chwilą dojścia do równowagi układają się w taki sposób, że sznur pierwszy i trzeci tworzą pomiędzy sobą kąt prosty. Można wtedy powiedzieć, że na punkt A, w którym schodzą się trzy sznury, działają trzy siły: pierwsza P o wielkości 4 kilogramów ($4 \times 1000 \times 981 = 3924000$ dyn), działająca w kierunku od A ku prawemu blokowi, druga Q o wielkości 3 kilogramów ($3 \times 1000 \times 981 = 2943000$ dyn), dzia-

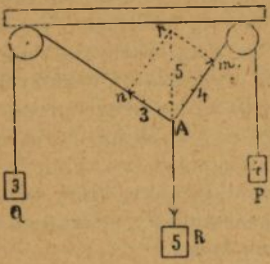


Fig. 28.

łająca w kierunku od A ku lewemu blokowi, i trzecia R o wielkości 5 kg. (5$\times$1000$\times$981 = 4905000 dyn), działająca od punktu A pionowo na dół. Ta trzecia siła R usiłuje poruszyć punkt A pionowo na dół, lecz ponieważ punkt ten pozostaje mimo to w spoczynku, przeto jest rzeczą konieczną, by nań działała inna siła, równa co do wielkości tamtej i skierowana wprost przeciwnie. Taką więc siłą powinna być wypadkowa sił P i Q, która tym sposobem musi mieć wartość 5 kg. i być skierowana pionowo do góry.

Z drugiej strony wiemy, że wypadkową sił P i Q można otrzymać za pomocą równoległoboku. Zobaczmyż, co nam da ten równoległobok.

Wyobrażamy pierwszą siłę (4 kg.) za pomocą strzałki Am mającej kierunek siły, i długiej na 4 jednostki długości; wyobrażamy drugą siłę (3 kg.) za pomocą strzałki An, mającej kierunek siły i długiej na 3 jednostki długości, a wykreśliwszy na strzałkach tych równoległobok Ampn powiadamy, że jego przekątnia Ap wyobraża tak co do wielkości, jak co do kierunku, siłę wypadkową sił P i Q. Doświadczenie wykazuje, że kierunek otrzymanej tym sposobem prze-

kątni jest zawsze ściśle pionowy, a ponieważ, jak widzieliśmy, kąt pomiędzy sznurami jest prosty, przeto bokom 4 i 3 odpowiada przekątnia 5 (fig. 25): siła wypadkowa skierowana jest pionowo do góry i posiada wielkość 5 kg. A zatem wypadkowa dwóch sił składowych P i Q, otrzymana podług prawidła równoległoboku, jest tą samą siłą, której istnienie uznaliśmy za konieczne do zrównoważenia siły R.

W przytoczonym przykładzie, gdzie ciężary mają się do siebie jak 4 : 5 : 3, otrzymaliśmy pomiędzy sznurami kąt prosty; wziąwszy inny stosunek pomiędzy obciążeniami np. 3 : 4 : 2, otrzymamy inny kąt pomiędzy sznurami, ale przekątnia równoległoboku, wykreślonego na siłach 2 i 3, będzie miała tak samo kierunek pionowy, zaś długość jej wynosić będzie 4. (fig. 29). Wypadkową sił P

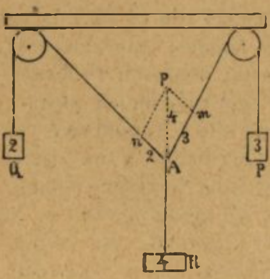


Fig. 29.

i Q równych 3 kg. i 2 kg. jest w tym razie siła, skierowana pionowo do góry i posiadająca wartość 4 kg.; równoważy ona działanie 4 kilogramowego ciężaru, usiłującego ściągnąć punkt A na dół.

§ 40. **Rozkładanie sił.** Każdą siłę działającą na ciało, możemy zawsze wyobrazić sobie, jako wypadkową dwóch (lub większej liczby) sił, dowolnie skierowanych. Rozkładanie sił, t. j. wyszukiwanie tych dwóch (lub kilku) sił, które mogłyby zastąpić daną siłę, odbywa się zupełnie tak samo, jak rozkładanie prędkości (§ 14) lub przyśpieszeń (§ 22). Ciągnąc za koniec sznura A (fig. 30) z siłą Ap równą 50 kg., robotnik utrzymuje w równowadze ciężar B, zawieszony w powietrzu. Ten sam skutek można osiągnąć, przyczepiwszy do punktu A dwa sznurki i ciągnąc za nie w kierunkach A_1 i A_2: w pierwszym z tych kierun-

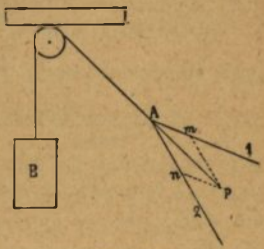


Fig. 30.

ków trzeba wywierać siłę Am, w drugim siłę An. Jeżeli przytem okaże się, że długość Am zawiera np. 25 takich jednostek długości, jakich Ap zawiera 50, a długość An zawiera 40 takich samych jednostek długości, to powiadamy, że siła, wywierana w kierunku sznurka A_1, równa się 25 kg., a siła, wywierana w kierunku A_2, równa się 40 kg.

§ 41. **Wymiar siły.** Wielkość pewnej danej siły otrzymujemy, mnożąc masę poruszanego ciała przez wzbudzone w niem przyśpieszenie: wymiarem więc siły będzie na zasadzie tego, co było powiedziane w § 8, iloczyn [masa] $\times$ [przyśpieszenie] czyli [masa] $\times \frac{[\text{długość}]}{[\text{czas}]^2}$ czyli $\frac{[\text{masa}] \times [\text{długość}]}{[\text{czas}]^2}$. Ponieważ przy tworzeniu jednostki siły, zwanej dyną, obraliśmy za jednostkę masy masę jednego grama (gr), przeto symbołem dyny będzie $\frac{\text{gr. cm}}{\text{sek}^2}$ (czytaj gram centymetr na kwadrat sekundy). Nazwa „dyna" i symbol „gr. cm/sek²" są zupełnie równoważne, tak iż

jest rzeczą całkiem obojętną, czy napiszemy np. 50 dyn czy 50 gr. cm/sek^2.

§ 42. **Trzecie prawo ruchu Newtona.** Siłami nazwaliśmy pewne podniety do ruchu, których jedne ciała doznają od drugich. Bliższe zbadanie takiego wzajemnego oddziaływania ciał prowadzi nas do wniosku, że każdemu działaniu jednego ciała na drugie, towarzyszy zawsze działanie odwrotne tego drugiego ciała na pierwsze: każda siła, wywierana przez jedno ciało na drugie, sprzężona jest nieodbicie z siłą, wywieraną przez drugie ciało na pierwsze; dwie te siły są sobie równe liczebnie, lecz skierowane są wprost przeciwnie.

Książka, leżąca na stole, wywiera nań wskutek swego ciężaru ciśnienie, skierowane pionowo z góry na dół; ale i odwrotnie, stół, ugiąwszy się nieco pod ciężarem książki, wywiera na nią wskutek swej sprężystości siłę, skierowaną również pionowo, lecz z dołu do góry. 100 gramowy ciężarek, zawieszony na sprężynie, wywiera na nią ciągnienie, skierowane pionowo z góry na dół, a równe liczebnie $100 \times 981 = 98100$

dynom; i odwrotnie, sprężyna, wydłużywszy się wskutek swej sprężystości, wywiera na ciężarek ciągnienie, skierowane pionowo z dołu do góry i równe liczebnie tym samym 98100 dyn. Na spadającą swobodnie pomarańczę ziemia wywiera przyciąganie, skierowane od środka pomarańczy ku środkowi ziemi, ale jednocześnie i pomarańcza wywiera na kulę ziemską przyciąganie, skierowane od środka ziemi ku środkowi pomarańczy, i liczebnie równe pierwszemu przyciąganiu. Pierwsza z tych dwóch sił udziela pomarańczy pewnego przyśpieszenia stałego, wskutek czego pomarańcza zbliża się ku ziemi ruchem jednostajnie przyśpieszonym—spada na ziemię; druga z tych sił udziela pewnego przyśpieszenia ziemi, skutkiem czego ziemia zbliża się ku pomarańczy ruchem jednostajnie przyśpieszonym — spada na pomarańczę, czyli z naszego punktu widzenia, „wznosi się do góry” ku pomarańczy. To wznoszenie się ziemi jest bardzo małe w porównaniu ze spadaniem pomarańczy, a to z następującego powodu.

Jak przypominamy sobie, dwie siły równe udzielają dwóm ciałom przyśpieszeń róż-

nych, zależnie od masy tych ciał. Im masa większa, tem przyśpieszenie mniejsze. Otóż masa ziemi jest tryliony trylionów razy większa od masy pomarańczy, a więc i przyśpieszenie, udzielone ziemi w jej ruchu ku pomarańczy, jest tryliony trylionów razy mniejsze od przyśpieszenia, udzielonego pomarańczy w jej ruchu ku ziemi. To ostatnie przyśpieszenie znamy; wynosi ono 981 cm/sek^2. Ileż wobec tego wynosi przyśpieszenie, które posiada ziemia w swym ruchu ku pomarańczy? Oczywiście, jest to coś nieskończenie małego...

Ten fakt, że siły, wywierane przez jedne ciało na drugie, nie występują nigdy inaczej, jak tylko parami, Newton wyraził w następującem zdaniu:

Przeciwdziałanie jest zawsze równe działaniu i ma kierunek wprost przeciwny, t. j. siły, które wywierają na siebie wzajemnie dwa ciała, są zawsze liczebnie równe i mają kierunki wprost przeciwne.

Jest to tak zwane 3-e prawo ruchu Newtona.

W wyżej przytoczonym przykładzie działania książki na stół i odwrotnie, albo w przykładzie działania ciężarka na sprężynę i odwrotnie, dwa ciała, wywierające na

siebie siły, znajdują się w bezpośredniem zetknięciu. Jeżeli pomiędzy stół a książkę naszą położymy np. deskę, to i wówczas książka nie przestanie wywierać po dawnemu ciśnienia na stół, zaś stół nie przestanie oddziaływać na książkę w kierunku odwrotnym, ale działanie to i przeciwdziałanie będą już się odbywały za pośrednictwem deski, która ulegnie odkształceniu, a mianowicie zostanie zgnieciona, skrócona w kierunku linii działania owych dwóch sił. Podobnież wszelkie ciało, umieszczone pomiędzy ciężarkiem a sprężyną, będzie służyło za pośrednika dla sił, działających pomiędzy ciężarkiem a sprężyną, i wskutek tego samo zostanie mniej, lub więcej rozciągnięte w kierunku pionowym.

§ 43. **Działanie z odległości.** Pomiędzy spadającą pomarańczą a ziemią, nie znajdujemy żadnego pośrednika: działają one na siebie, nie znajdując się w bezpośredniem zetknięciu. (Nie jest takim pośrednikiem powietrze, albowiem doświadczenie stwierdza, że pomarańcza spada na ziemię i w próżni). Dzisiejsi fizycy coraz bardziej skłaniają się ku poglądowi, że

wszelkie działanie pomiędzy ciałami wymaga zetknięcia się. że z odległości poprzez próżną przestrzeń (tak zwana *actio in distans*) ciała działać na siebie nie mogą, i że wszędzie, gdzie pozornie działanie takie zachodzi, w rzeczywistości istnieje zawsze jakiś materyalny pośrednik. Zgodnie z tym poglądem wypadałoby przyjąć, że przestrzeń pomiędzy spadającą pomarańczą a ziemią, wypełniona jest jakiemś zgoła nieuchwytnem dla nas ciałem, jakimś ośrodkiem, który odgrywa rolę *jakgdyby* sprężystej nici, napiętej pomiędzy pomarańczą a ziemią, nici, która, kurcząc się, usiłuje zbliżyć wzajemnie do siebie te dwa ciała. Wszelkie podnoszenie z ziemi ciał jest jakgdyby napinaniem takich nici, wymagającem zawsze pewnego wysiłku. Podobny ośrodek miałby pośredniczyć w przyciąganiach magnetycznych i elektrycznych.

§ 44. **Opór bezwładny.** Usiłując wyprowadzić ze spoczynku ciało o wielkiej masie, np. poruszyć z miejsca po poziomej posadzce ciężką szafę, uczuwamy znaczny opór. Zastanawiając się nad przyczyną tego oporu, stwierdzamy przedewszystkiem,

że nie może nią być ciężar szafy. Istotnie, ta ostatnia siła skierowana jest pionowo a więc prostopadle do kierunku, w którym zachodzi ruch szafy, i przeto sprzeciwiać się ruchowi temu nie może. Powtóre, przyczyną uczuwanego przez nas oporu nie może być samo tylko tarcie, ponieważ wiadomo, że szafę, raz wyprowadzoną ze spoczynku, już nie tak trudno jest sunąć dalej po posadzce ruchem jednostajnym. Tę samą trudność, jaką sprawia nam poruszenie z miejsca ciała o wielkiej masie, napotykamy przy zatrzymywaniu ciała, będącego w ruchu np. toczącej się ciężkiej beczki. Z jednej więc strony ciała jakgdyby opierają się nabywaniu ruchu, z drugiej zaś strony, raz nabywszy tego ruchu, niechętnie go się pozbywają. Takie zachowywanie się ciał przypisujemy bezwładności, a opór, powstający w tych razach, nazywamy *oporem bezwładnym*. Dodać należy, że opór ten powstaje nietylko przy ruszaniu z miejsca ciał nieruchomych i zatrzymywaniu ciał rozpędzonych, lecz wogóle przy każdej zmianie, zachodzącej w prędkości ruchu, a więc przy wszelkiem przyśpieszaniu i zwalnianiu biegu,

a także przy zbaczaniu od kierunku prostoliniowego.

Wracając do naszej szafy, zauważmy, że skoro raz ją poruszymy, skoro raz nadamy jej pewną prędkość, to dla utrzymania szafy w stanie ruchu jednostajnego (po linii prostej) wystarcza działać na nią siłą, któraby równoważyła stale siłę tarcia. Ale żeby poruszyć szafę z miejsca musieliśmy pokonać nietylko tarcie, lecz także opór bezwładny szafy. Podobnie jak tarcie, sprzeciwiające się ruchowi, wyobrażamy sobie jako siłę i mówimy, że jest ono liczebnie równe sile, która je równoważy, tak samo i ów opór bezwładny, sprzeciwiający się zmianie prędkości ciała, możemy wyobrazić sobie również w postaci siły i przyjąć, że jest on liczebnie równy sile zewnętrznej, która go pokonywa. Ale tę ostatnią siłę mierzymy, jak wiadomo, iloczynem z masy poruszonego ciała przez udzielone mu przyśpieszenie; a więc i opór bezwładny ciała mierzyć możemy tym samym iloczynem z tem tylko zastrzeżeniem, że kierunek oporu bezwładnego jest wprost przeciwny kierunkowi siły poruszającej. Przypuśćmy np., że szafa nasza posiada masę 200 kilogramów, i że po-

ruszamy ją z miejsca ruchem jednostajnie przyśpieszonym, w którym przyśpieszenie wynosi 40 cm/sek^2 (to znaczy, że prędkość szafy, początkowo równa zeru, w końcu pierwszej ćwierci sekundy wynosi 10 cm/sek, w końcu drugiej ćwierci sekundy wynosi 20 cm/sek itd.). Gdyby nie było tarcia, to siła zewnętrzna, potrzebna do wywołania takiego skutku, równałaby się, $200 \times 1000 \times 40 = 8000000$ dyn. Tyleż wynosi i opór bezwładny szafy podczas ruszania jej z miejsca. Atoli przy poruszaniu szafy mieliśmy do pokonania nietylko ten opór bezwładny, lecz także i tarcie nóżek szafy o posadzkę, tak iż wywierana przez nas siła mięśniowa musiała przezwyciężać jednocześnie dwa opory: tarcie i opór bezwładny szafy. Przypuśćmy, że tarcie nóżek o posadzkę przedstawiało siłę 10 kg. czyli $10 \times 1000 \times 981 = 9810000$ dyn czyli 9,81 megadyn (milion dyn stanowi jedną megadynę). Ponieważ opór bezwładny szafy równał się 8000000 dyn, czyli 8 megadynom, przeto całkowita siła, jaką podczas ruszania szafy z miejsca wywierać musiały mięśnie nasze, równa się $9,81 + 8 = 17,81$ megadyn. Z chwilą gdy ruch szafy staje się jednostaj-

nym, jej opór bezwładny znika (jako równy w każdej chwili iloczynowi z masy przez przyśpieszenie czyli w danym razie przez zero), i mięśniom naszym pozostaje do pokonywania jedynie tarcie równe 9,81 megadynom.

Wyobraźmy sobie, że konie mają ruszyć wóz po drodze poziomej, przyczem tarcie przedstawia siłę 100 kilogramów, czyli 100 × 1000 × 981 = 98100000 dyn = 98,1 megadyn. Jeżeli konie będą wywierały siłę mniejszą od 98,1 megadyn, to nie pokonają tarcia i wozu z miejsca nie ruszą wcale, lecz jeżeli siła wywierana przez konie, będzie chociaż odrobinę większa od siły tarcia, to nadwyżka siły pociągowej nad tarciem wywoła poruszenie wozu, a opór bezwładny wozu będzie się równał liczebnie tej nadwyżce. Jeżeli w pewnej chwili konie wywierają siłę równą 300 kg., t. j. 300 × 1000 × 981 = 294300000 dyn czyli 294,3 megadynom, to opór bezwładny wozu wynosi w owej chwili 294,3 — 98,1 = 196,2 megadyn. Z chwilą gdy ruch wozu stanie się jednostajnym, opór bezwładny wozu znika, i odtąd siła, wywie-

rana przez konie, wynosi tylko 98,1 megadyn, które idą na pokonanie tarcia.

§ 45. **Siła dośrodkowa.** Widzieliśmy, że ciało, poruszające się ruchem jednostajnym po kole, posiada przyśpieszenie, skierowane w każdej chwili ściśle ku środkowi koła (§ 20). Przyśpieszenie to świadczy o istnieniu siły, działającej na ciało w tym samym kierunku, to jest ku środkowi koła i zwanej z tego powodu siłą *dośrodkową*. Na kamień, uwiązany na sznurku i poruszający się po kole, działa siła dośrodkowa, skierowana ku palcom ręki, w których trzymamy koniec sznurka; na księżyc, obiegający dokoła ziemi, działa w każdej chwili siła dośrodkowa, skierowana ku środkowi kuli ziemskiej.

Siła dośrodkowa jest ową doznawaną z zewnątrz podnietą, która skłania kamień i księżyc do ciągłej zmiany kierunku, do ciągłego zakrzywiania swej drogi. Gdyby w pewnej chwili podnieta ta przestała działać, zarówno kamień jak księżyc pobiegłyby, na mocy prawa bezwładności, „przed siebie" po linii prostej, mianowicie w kierunku stycznej do koła (§ 20), innemi słowy w kie-

runku owego niezmiernie małego odcinka drogi, na którym znajdowałyby się w ostatniej chwili działania siły dośrodkowej. Nie możemy oczywiście wykonać odpowiedniego doświadczenia z księżycem, ale że tak się rzeczy mają w wypadku kamienia, o tem łatwo się przekonać, przepalając sznurek podczas obrotu kamienia: kamień odlatuje istotnie w kierunku stycznej do koła, po którem krąży.

Siedliskiem siły dośrodkowej, wywieranej na kamień, jest sznurek, który podczas obrotu kamienia, znajduje się stale w stanie pewnego napięcia, pewnego wydłużenia, i dążąc do skrócenia się, wywiera na kamień ciągnienie w kierunku ku palcom naszej ręki. Wyrażamy to, mówiąc, że źródłem siły dośrodkowej jest sprężyste oddziaływanie sznurka. W zwykłym sznurku wydłużenie podczas obrotu bywa o tyle nieznaczne, że możemy go nie zauważyć, lecz jeśli uwiązać kamień na taśmie gumowej, to wydłużenie stanie się zupełnie wyraźnem. Gdybyśmy zamiast przywiązywać do sznurka przytwierdzili kamień do pręta metalowego, to i wtedy za źródło siły dośrodkowej przyjęlibyśmy sprężyste oddziaływanie

pręta, chociaż wydłużenie takiego pręta jest już najzupełniej niewidoczne.

Jeżeli pociąg biegnie po łuku koła, to dzieje się to także wskutek działania siły dośrodkowej (gdyby nie ona, pociąg na mocy prawa bezwładności musiałby biedz po linii prostej). Źródłem siły dośrodkowej jest w tym razie oddziaływanie sprężyste szyny zewnętrznej, t. j. szyny, położonej dalej od środka łuku; boczna powierzchnia tej szyny, (zwrócona do drugiej szyny) ulega zgnieceniu przez koła pociągu, a usiłując rozprężyć się, odzyskać swój kształt pierwotny, potrąca ustawicznie koła pociągu ku środkowi przebieganego łuku.

Jakież jest źródło siły dośrodkowej, utrzymującej księżyc w jego ruchu kołowym dokoła ziemi? Za źródło to uważamy przyciąganie ziemi, którego objawy zostały zbadane bardzo dokładnie, lecz o którego istocie nie mamy do dziś dnia żadnego wyobrażenia. Jak o tem była mowa w § 43, w fizyce dzisiejszej przeważa pogląd, podług którego źródłem siły przyciągającej, wywieranej przez ziemię na księżyc, mogłoby być oddziaływanie sprężyste jakiegoś nieznanego nam bliżej ośrodka wypełnia-

jącego przestrzeń pomiędzy księżycem a ziemią; obieg księżyca odbywałby się więc w gruncie rzeczy tak, jakgdyby ciało to było uwiązane na sznurku, którego drugi koniec byłby umocowany w środku kuli ziemskiej.

Wartość liczebną siły dośrodkowej (w dynach) otrzymamy w każdym wypadku, mnożąc masę ciała (w gramach) przez przyśpieszenie (w cm/sek^2). Przyśpieszenie w obiegu księżyca dokoła ziemi, wynosi jak pamiętamy (z § 20) 0,27 cm/sek^2, a ponieważ masa księżyca równa się 10^{26} gramom (10^{26} = 10000000000000000000 00000000), przeto siła dośrodkowa, utrzymująca księżyc w ruchu kołowym, równa się $10^{26} \times 0{,}27 = 27 \times 10^{24}$ dyn, czyli 27×10^{18} megadyn. Jeżeli kamień (z przykładu, podanego w § 20), posiada masę 200 gramów, to siła dośrodkowa, wywierana nań przez napięty sznurek, wynosi $200 \times 500 =$ 100000 dyn.

Obliczmy jeszcze (w dynach) siłę dośrodkową, z którą szyna zewnętrzna ciśnie na pociąg o masie 200000 kilogramów, biegnący z prędkością 12 metrów na sekundę po łuku koła o promieniu równym 400 metrom. Chcąc otrzymać przyśpieszenie (wyrażone

w cm/sek^2) w ruchu jednostajnym po kole, trzeba, jak nam wiadomo z § 20, wziąć kwadrat prędkości (wyrażonej w cm/sek) i otrzymaną liczbę podzielić przez długość promienia koła (wyrażoną w cm). Prędkość naszego pociągu wynosi 1200 cm/sek, promień koła równa się 40000 cm, a zatem przyśpieszenie równa się $\frac{1200 \times 1200}{40000} = 36$ cm/sek^2, a że masa pociągu wynosi $200000 \times 1000 = 200000000$ gramów, przeto siła d o ś r o d k o w a równa jest $200000000 \times 36 = 7200.000.000$ dyn, czyli 7200 megadynom. Taką więc siłę wywiera na nasz pociąg sprężystość naciskanej przezeń szyny zewnętrznej.

§ 46. **Opór bezwładny odśrodkowy.** Siła dośrodkowa, istniejąca podczas obiegu ciała po kole, (a tkwiąca w napięciu sznurka, w uginaniu się szyny, przyciąganiu ziemi) zmienia w każdej chwili ruch ciała, mianowicie kierunek jego prędkości. Opór bezwładny (§ 44), który masa ciała przeciwstawia działaniu tej siły dośrodkowej, równy jest liczebnie samej sile dośrodkowej i posiada kierunek wprost przeciwny, t. j. od-

środkowy, wskutek czego sam opór bezwładny nazywa się *oporem bezwładnym odśrodkowym* (niekiedy oporowi temu nadają wielce bałamutną nazwę siły odśrodkowej).

Jeżeli siedząc na obracającym się karuzelu trzymać będziemy w ręku np. kulę ołowianą, to wskutek oporu bezwładnego odśrodkowego, kula ta wywierać będzie na rękę naszą ciśnienie, skierowane od środka karuzelu na zewnątrz. Jeździec na zakręcie pochyla się umyślnie ku środkowi przebieganego koła, by go własny jego opór bezwładny odśrodkowy nie wysadził z siodła na zewnątrz koła. Ze względu na ten sam rodzaj niebezpieczeństwa dla pociągu szyna zewnętrzna na łukach bywa ustawiona nieco wyżej niż szyna wewnętrzna. Kubek z wodą można szybko obracać na sznurku po kole pionowem bez obawy wylania wody, którą jej opór bezwładny odśrodkowy przyciska do dna kubka i t. p.

Każde ciało na ziemi, biorąc udział w jej obrocie dziennym, tem samem zakreśla ruchem jednostajnym koło mniejsze, lub większe zależnie od stopnia szerokości geograficznej. Źródło siły dośrodkowej, wywołującej zakrzywienie drogi ciała, tkwi w przy-

ciąganiu ziemskiem, czyli w ciężarze ciała, aczkolwiek, jak się zaraz przekonamy, wielkość tej siły dośrodkowej, wynosi zaledwie drobną część ciężaru ciała.

Obliczmy np. siłę dośrodkową, działającą na ciało o masie 1 grama, położone na równiku. Przyjmując za długość linii równikowej liczbę okrągłą 40000000 metrów, otrzymamy dla prędkości danego ciała liczbę $\frac{40000000 \times 100}{86400} =$ (około) 46000 cm/sek. Biorąc kwadrat tej liczby i dzieląc go przez długość promienia ziemskiego (6000 km), otrzymamy liczbę $\frac{46000 \times 46000}{6000 \times 1000 \times 100} =$ (około) 3,5 cm/sek^2, jako wartość przyśpieszenia w ruchu kołowym ciała, położonego na równiku. Ponieważ masa tego ciała wynosi podług założenia naszego 1 gr. przeto siła dośrodkowa, na nie działająca, równa się $1 \times 3{,}5 = 3{,}5$ dyn, gdy tymczasem ciężar jednego grama na równiku równa się 978 dynom. Widzimy więc, że wartość siły dośrodkowej, działającej na ciało położone na równiku, nie przenosi $^1/_{250}$ części ciężaru tego ciała; w innych miejscach ziemi stanowi ona jeszcze mniejszą cząstkę ciężą-

ru, można bowiem dowieść, że wartość jej maleje w miarę posuwania się ku biegunom.

Opór bezwładny odśrodkowy, który każde ciało na ziemi przeciwstawia sile dośrodkowej, skierowany jest od środka ziemi nazewnątrz, t. j. z naszego punktu widzenia pionowo do góry, usiłuje więc jakgdyby oderwać ciało od powierzchni ziemi. Wskutek istnienia tego oporu odśrodkowego każde ciało waży nieco mniej, niżby ważyło, gdyby ziemia nie posiadała ruchu obrotowego: w razie wstrzymania tego obrotu ciężary ciał, znajdujących się na równiku, zwiększyłyby się o $^{1}/_{250}$ część swej obecnej wartości; u innych ciał zwiększenie ciężaru byłoby mniejsze — tem mniejsze, im bliżej biegunów...

§ 47. **Siły, przyłożone do różnych punktów jednego i tego samego ciała.** Dotąd, przy rozpatrywaniu działania sił na ciało, nie zwracaliśmy uwagi na wymiary i kształt ciała, a wszystkie siły uważaliśmy, jako przyłożone do jednego i tego samego punktu (§ 3). Widzieliśmy, że w takim razie można zawsze znaleźć dla wszystkich tych

sił jedną siłę wypadkową, składając je kolejno znanym nam sposobem (prawidło równoległoboku). Znalazłszy ostatnią wypadkową, możemy zapomnieć o siłach, które się na nią złożyły, i uważać, że ona jedna tylko działa na dane ciało. W wypadku szczególnym, jeżeli wartość liczebna tej wypadkowej okaże się równą zeru, t. j. jeżeli w końcu składania otrzymamy dwie siły liczebnie równe, a skierowane wprost przeciwnie, to jest to oznaką, że wszystkie siły, działające na ciało, równoważą się wzajemnie.

Całkiem inaczej mają się rzeczy, gdy siły są przyłożone do różnych punktów jednego i tego samego ciała: takich sił składać dotąd nie umiemy, a nawet wogóle nie zawsze dają się one zastąpić jedną siłą wypadkową.

Nie możemy tutaj zajmować się roztrząsaniem ogólnego pytania, kiedy mianowicie zastąpienie takie jest możliwe, a kiedy nie; ograniczymy się do rozpatrzenia najprostszych wypadków, w których daje się ono uskutecznić. Zanim jednak przystąpimy do tego zadania, należy zwrócić uwagę na następującą całkiem ogólną własność siły:

Działanie siły na ciało nie ulega zmianie,

jeżeli punkt przyłożenia siły przesuniemy naprzód lub wstecz, wzdłuż prostej, wzdłuż której działa siła. Tak np. kierunek dyszla u wozu wskazuje w przybliżeniu kierunek, w którym działa siła pociągowa konia. Otóż, jeżeli wzdłuż dyszla ponabijamy haków i spróbujemy przyprzęgać konia kolejno do każdego z tych haków, to działanie wywierane w każdym wypadku na wóz będzie całkiem niezależne od tego, czy obierzemy hak bliższy wozu, czy też dalszy. Podobnież nie zależy działanie siły od tego, czy linę holownika, (parowca, ciągnącego tratwę) zaczepimy o kołek, wbity na przedzie, w tyle, czy też gdzieś w środku tratwy, byleby tylko wszystkie te kołki znajdowały się na przedłużeniu wyciągniętej liny (której kierunek wskazuje kierunek siły).

§ 48. **Wypadkowa dwóch sił przecinających się.** Niech na płytę kamienną (fig. 31) wywierają siłę pociągową dwa konie z których pierwszy, przyprzężony do punktu A, ciągnie w kierunku Aa z siłą 100 kg., a drugi, przyprzężony do punktu płyty B, ciągnie ją w kierunku Bb z siłą 150 kilogramów, przyczem kierunki sił Aa

i Bb, przecinają się w punkcie C. Czy można zastąpić takie dwie siły jedną siłą, i jaka będzie ta siła wypadkowa?

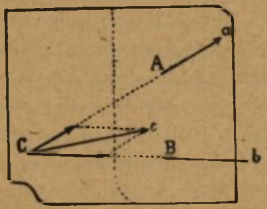


Fig. 31.

Ponieważ, jak widzieliśmy w § 47, działanie siły nie ulega zmianie wskutek przeniesienia jej punktu przyłożenia wzdłuż kierunku siły, przeto nie zmienimy w niczem działania sił Aa i Bb na płytę, jeżeli ich punkty przyłożenia przesuniemy aż do punktu C, innemi słowy, jeżeli oba konie przyprzężemy do punktu C. Ale dla dwóch sił, przyłożonych do jednego punktu ciała umiemy zawsze znaleźć wypadkową przy pomocy równoległoboku: szukaną wypadkową danych sił Aa i Bb wyobraża przekątnia Cc równoległoboku, wykreślonego na strzałkach tych sił, przeniesionych do punktu C. Tym sposobem siły, wywierane przez 2 konie, przyprzężone do punktów A i B, można zastąpić w zupełności siłą, wywieraną przez jednego ko-

nia, przyprzężonego do punktu C, albo też w myśl uwagi § 47 do któregokolwiek punktu płyty, leżącego na przedłużeniu linii Cc.

Uwaga. Przekonano się, że jeżeli punkt C, w którym przecinają się kierunki dwóch danych sił leży poza obrębem ciała, o które chodzi (fig. 31), jeżeli wyobrazić sobie np. że płyta kończy się z lewej strony na linii kropkowanej, to i w takim razie wypadkową sił przyłożonych wskazuje przekątnia równoległoboku, wykreślonego przy C. Rzecz oczywista, że wówczas nie możemy przyprządz konia „wypadkowego" do punktu C, który leży w powietrzu, ale nic nam nie przeszkadza obrać w tym celu któregokolwiek z punktów, leżących na przedłużeniu linii Cc

Wogóle: jeżeli siły, przyłożone do dwóch punktów ciała, są tego rodzaju, że kierunki ich przecinają się w punkcie C. to dla otrzymania wypadkowej takich dwóch sił należy przenieść ich punkty przyłożenia do punktu C i tam wykreślić na siłach równoległobok; przekątnia tego równoległoboku przedstawi nam, co do kierunku i co do wielkości, siłę wypadkową danych przecinających się sił.

§ 49. **Wypadkowa sił równoległych.** Dwa konie, przyprzężone do punktów A i B (fig. 32) kłody drewnianej, ciągną ją w jednym i tym samym kierunku: pierwszy z siłą 200 kg. drugi z siłą 100 kg. Mamy więc dwie siły Aa i Bb, równoległe i zwrócone w jedną stronę. Czy siły takie mają wypadkową i jeżeli mają, to jaka jest jej wartość liczebna, jaki kierunek i w którem miejscu kłody należy ją przyłożyć? Z rozważań geometrycznych, których przytaczać tu nie możemy, wypływa wniosek, potwierdzony w zupełności przez doświadczenie, że siły Aa i Bb dają się zastąpić jedną siłą i że ta siła wypadkowa 1⁰ jest równoległa do sił składowych Aa i Bb i zwrócona w tę samą stronę; 2⁰ liczebnie równa się sumie sił składowych, t. j. 200 + 100 = 300 kg. i 3⁰ winna być przyłożona do kłody w punkcie dwa razy bliższym punktu A niż punktu B. Warunkom tym odpowiada na rysunku strzałka Cc. Tym

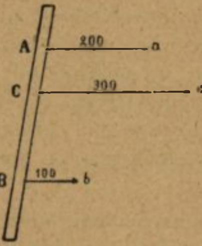


Fig. 32.

sposobem jeżeli do punktu C kłody przyprzężemy konia, któryby wywierał w kierunku Cc ciągnienie równe 200+100=300 kg. to taka jedna siła zastąpi w zupełności dwie siły równoległe, wywierane na punkty kłody A i B.

Gdyby siła Aa była 3, 4, 10, 100... razy większa od siły Bb, to wówczas wypadkowa Cc tych sił znajdowałaby się 3, 4, 10, 100... razy bliżej siły Aa aniżeli siły Bb.

Wogóle, jeżeli na dwa punkty ciała A i B działają dwie siły równoległe i zwrócone w jedną stronę, to wypadkowa takich sił równa się liczebnie ich sumie, jest do nich równoległa, zwrócona w tę samą stronę, co one, i przebiega wewnątrz pomiędzy niemi w taki sposób, że jeżeli połączyć punkty A i B linią prostą, to linia ta zostanie przecięta w punkcie C, tyle razy bliższym A niż B, ile razy siła Aa jest większa, niż siła Bb. W przypadku szczególnym, gdy siły Aa i Bb są sobie równe, wypadkowa ich przebiega środkiem w równej odległości od obydwóch. Dyszel powozu wyobraża kierunek wypadkowej dwóch sił równoległych, wywieranych przez parę koni jednakowo silnych.

Chcąc znaleźć wypadkową trzech sił rów-

noległych (zwróconych w jedną stronę), przyłożonych do trzech punktów ciała, składamy najpierw dwie z pomiędzy tych sił — otrzymujemy wypadkową równoległą do nich, a zatem i do trzeciej danej siły. Składając tę wypadkową z trzecią siłą, otrzymujemy nową wypadkową, która będzie wypadkową trzech danych sił. W całkiem podobny sposób postępujemy, gdy mamy do złożenia 4 siły równoległe, 5 sił równoległych... wreszcie dowolną liczbę sił równoległych.

§ 50. **Środek układu sił równoległych.** Przypuśćmy, że złożyliśmy w powyższy sposób wszystkie siły równoległe, działające na dane ciało, a przyłożone w punktach № 1, № 2..., № 10... tego ciała. Otrzymana wypadkowa przebiega wzdłuż pewnej linii, którą możnaby uzmysłowić, przebijając w myśli dane ciało np. szpadą. Przypuśćmy, że do tych samych punktów ciała przyłożony jest drugi komplet sił, również równoległych i mających odpowiednio te same wartości liczebne, co i siły pierwszego kompletu (to znaczy, że jeżeli na punkt № 3 działała za pierwszym razem siła 5 dyn, a na punkt № 10 siła 15 dyn, to i teraz do punktu № 3

przykładamy 5 dyn, a do punktu № 10 siłę 15 dyn), lecz przebiegających w jakimkolwiek innym kierunku. Jeżeli znajdziemy wypadkową tych sił, to okaże się, że linia, wzdłuż której przebiega ta nowa wypadkowa, przecina się z linią, wzdłuż której przebiegała dawna wypadkowa, czyli mówiąc krócej — siła wypadkowa drugiego kompletu przecina się z siłą wypadkową pierwszego kompletu. Przebijając ciało szpadą, wyobrażającą drugą wypadkową, natrafimy na szpadę, wyobrażającą pierwszą wypadkową.

Nie dość na tem: jeżeli przyłożymy do ciała trzeci komplet sił równoległych, różniący się od dwóch pierwszych jedynie kierunkiem swoich sił, to wypadkowa tego trzeciego kompletu przejdzie przez punkt, w którym przecięły się wypadkowe dwóch pierwszych kompletów, czyli układów sił. Można dowieść wogóle, że ilekolwiek przyłożymy do ciała układów sił (równoległych), różniących się pomiędzy sobą jedynie kierunkiem, zawsze wypadkowe wszystkich takich kompletów przetną się w jednym i tym samym punkcie; innemi słowy, jakikolwiek kierunek, jakąkolwiek orjentacyę nadamy pewnemu układowi sił równoległych, działa-

jących na ciało, zawsze wypadkowa takiego układu przejdzie przez jeden i ten sam punkt. Punkt ten nazywamy *środkiem sił równoległych*.

§ 51. **Siły równoległe, zwrócone w strony przeciwne.** Jeżeli na dwa punkty ciała (fig. 33) A i B działają siły Aa i Bb równoległe, lecz zwrócone w strony przeciwne, to wypadkowa takich sił równa się liczebnie ich różnicy, jest do nich równoległa, zwrócona w stronę większej siły i przebiega na zewnątrz niej w taki sposób, że jeżeli połączyć punkty A i B linią prostą, to przedłużenie tej linii zostanie przecięte w punkcie C, tyle razy bliższym punktu A, niż punktu B, ile razy siła Aa jest większa od siły Bb. Na fig. 33, gdzie siła Aa jest 3 razy większa, aniżeli siła Bb, odległość punktu C od A jest 3 razy mniejsza aniżeli od B. Jeżeli do punktu A kłody przyprzężony jest koń, który ciągnie w kierunku Aa z siłą 150 kg. a do

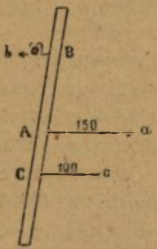


Fig. 33.

punktu B koń, który ciągnie w kierunku Bb z siłą 50 k., to siły te można zastąpić jedną siłą równą 150—50=100 kg. i wywieraną przez konia, przyprzężonego do punktu C.

W wypadku szczególnym, gdy dwie siły równoległe, zwrócone w strony przeciwne są sobie równe liczebnie, siła wypadkowa nie istnieje, to znaczy, że nie można znaleźć takiej jednej siły, której działanie zastąpiłoby w zupełności działanie danych sił. Dwie siły tego rodzaju nazywamy *parą sił* (fig. 34). Para sił wywołuje jedynie obrót ciała.

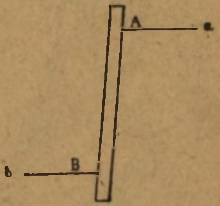


Fig. 34.

§ 52. **Dźwignia.** Dźwignią nazywamy w mechanice każde ciało, mogące się obracać dokoła stałej osi, przyczem przez oś niekoniecznie rozumieć należy oś taką, jaką posiada np. koło u wozu, lecz wogóle linię prostą, dokoła której odbywa się obrót ciała. Tak np. jeżeli, oparłszy drąg o podstawkę (fig. 35), podważamy nim ciężar, to przy takiem podważaniu drąg obraca się dokoła

krawędzi podstawki, a zatem krawędź ta stanowi dla drąga oś obrotu. Taki drąg jest przeto dźwignią. Dźwignią jest także blok, belka zwyczajnej wagi, każda połowa nożyczek, obcęgów, przedramię człowieka (oś przechodzi tutaj przez staw łokciowy) i t. p.



Fig. 35.

Do najważniejszych zadań mechaniki należy poznanie warunków równowagi sił, działających na dźwignię, t. j. warunków, przy których siły, przyłożone do rozmaitych punktów dźwigni, znoszą się wzajemnie.

Wyobraźmy sobie, że nasza kłoda, ciąg-

niona przez konie, (§ 49) nie jest swobodna, lecz że nasadziliśmy ją na wbite pionowo w ziemię ostrze żelazne, tak iż cała kłoda może obracać się jedynie w płaszczyznie poziomej dokoła pionowej osi. Taka kłoda stanowi dźwignię. Niech konie wywierają na kłodę te same siły co poprzednio (przypuszczamy, że siły te są wywierane w tej samej płaszczyznie, w której obraca się kłoda). Znaleziona przez nas wypadkowa tych sił usiłuje poruszyć kłodę w swoim kierunku, lecz ponieważ kłoda osadzona jest na nieruchomem ostrzu, przeto możliwy jest tylko ruch obrotowy. Zdarzyć się może, że kierunek znalezionej wypadkowej przejdzie przez ostrze, na którem osadzona jest kłoda czyli przez oś dźwigni. Cóż w takim razie nastąpi? Siła wypadkowa przyciska kłodę do ostrza, w którem powstaje wskutek tego oddziaływanie sprężyste, równe naciskającej sile i skierowane wprost przeciwnie; oddziaływanie to zniesie więc działanie wypadkowej, i kłoda zachowa się tak, jakgdyby na nią nie działały żadne siły.

Zasada, którą wyłożyliśmy na przykładzie obracającej się kłody, znajduje zastosowanie w każdej dźwigni. Jeżeli wypadko-

wa sił, przyłożonych do różnych punktów dźwigni, przechodzi przez oś dźwigni, to oddziaływanie tej osi znosi działanie sił. I odwrotnie, jeżeli chcemy znieść działanie sił, przyłożonych do różnych punktów dźwigni, to wystarczy urządzić się tak, żeby wypadkowa tych sił przeszła przez oś dźwigni.

ROZDZIAŁ III.

O pracy i energji.

§ 53. **Praca siły.** Jeżeli ciało porusza się za sprawą wywieranej na nie siły, to powiadamy w fizyce, że dana siła pracuje, czyli wykonywa pracę.

Należy starannie rozróżniać wyrażenia *siła działa i siła pracuje.*

Dopóki kamień leży spokojnie na szczycie wieży, siła ciężkości działa nań wprawdzie nieustannie, lecz pracy żadnej nie wykonywa, ponieważ kamień nie porusza się. Skoro jednak kamień zacznie spadać z wieży, siła ciężkości zaczyna pracować i pracuje dopóty, dopóki kamień, dosięgłszy ziemi, nie przestanie poruszać się. Z chwilą zatrzymania się kamienia, siła ciężkości przestaje pracować, nie przestając bynajmniej

działać na kamień w taki sam zupełnie sposób, w jaki działała nań przed upadkiem, gdy leżał na szczycie wieży.

Koniecznym więc warunkiem do tego, żeby siła mogła pracować, jest ruch ciała. Bez ruchu niema pracy. Wyrażamy to jeszcze inaczej, mówiąc, że siła wtedy tylko pracuje, jeżeli jej punkt przyłożenia porusza się.

Gdy ciągnę ręką za koniec sprężyny, lub taśmy gumowej, której drugi koniec przytwierdzony jest do ściany, siła mięśni moich pracuje, albowiem jej punkt przyłożenia przesuwa się w miarę tego rozciągania. Gdy rozciągnąwszy sprężynę do pewnej długości, zatrzymam ją nieruchomo w tym stanie wydłużenia, siła ręki mojej nie przestaje działać—mówi mi o tem całkiem wyraźnie zmysł mięśniowy—lecz już nie pracuje; jej punkt przyłożenia pozostaje w spoczynku.

Podobnież nie wykonywa żadnej pracy siła pary (prężność), zamkniętej hermetycznie w kotle, chociaż działa nieustannie, wywierając na ściany kotła ciśnienie, które zostaje zrównoważone przez sprężyste oddziaływanie (uginanie się) ze strony tych ścian. Natomiast z chwilą, gdy para zostanie wpuszczona do walca o ruchomym tłoku, prężność

jej, działając na tłok, posuwa go, a więc pracuje.

Gwóźdź żelazny, znalazłszy się w blizkości magnesu, przyskakuje do tego magnesu. Ruch gwoździa przypisujemy działaniu tak zwanej siły magnetycznej, którą wyobrażamy sobie przyłożoną do gwoździa i skierowaną ku magnesowi. Podczas ruchu gwoździa punkt przyłożenia siły magnetycznej zmienia miejsce, a zatem siła magnetyczna pracuje. Gdybyśmy gwoździowi nie pozwolili poruszyć się, przywiązawszy go np. nitką do stołu, to siła magnetyczna nie przestałaby działać (wywierałaby ona ciągnienie, które byłoby zrównoważone przez sprężyste napięcie nici), lecz pracy nie wykonałaby żadnej, albowiem jej punkt przyłożenia pozostałby w spoczynku.

Gdy mówimy w fizyce o pracy człowieka, zwierzęcia, maszyny, to mamy na myśli ten fakt, że siła, którą zdolne są wywierać mięśnie żywego organizmu, lub też siła, sztucznie wytworzona w maszynie, zostają przyłożone do pewnego ciała i wywołują ruch tego ciała. W tem znaczeniu możemy mówić z równą słusznością o pracy chłopca, grającego w piłkę, lub pchającego saneczki na

ślizgawce, jak o pracy konia, obracającego kierat, lub o pracy lokomotywy, ciągnącej pociąg. We wszystkich tych wypadkach działają pewne siły, które, będąc przyłożone do pewnych ciał, wywołują ruchy tych ciał, a więc wykonywają pracę.

§ 54. **Miara pracy.** Wiemy już, co należy rozumieć w fizyce przez wykonywanie pracy przez siłę. Widzieliśmy, że przy wykonywaniu pracy mamy zawsze do czynienia z *siłą*, która, działając na ciało, sprawia to, że jej punkt przyłożenia porusza się, czyli przebywa pewną *drogę*. Używając wyrazu *praca* w znaczeniu potocznem, miarkujemy, że inną pracę wykonała lokomotywa, która przeciągnęła pociąg z jednej stacyi na drugą, a inną pracę chłopiec, który przesunął sanki na przestrzeni kilkudziesięciu kroków. Powiadamy odrazu, że pierwsza praca jest większa od drugiej, ale porównać ich ściśle ze sobą nie możemy, dopóki nie umówimy się co do sposobu, w jaki mamy mierzyć pracę. Zgodzono się za miarę pracy, wykonanej przez siłę, uważać w każdym przypadku (porównaj § 59) iloczyn z liczby, wyrażającej wielkość siły przez liczbę, wy-

rażającą długość drogi, którą odbył punkt przyłożenia tej siły. Wypowiadamy to krócej w zdaniu: praca równa się iloczynowi z siły przez drogę.

Jeżeli umówimy się mierzyć drogę metrami, a siłę kilogramami, to jednostką pracy będzie wtedy praca, wykonana przez siłę równą jednemu kilogramowi wzdłuż drogi równej jednemu metrowi. Taka jednostka pracy nazywa się *kilogramometrem* (kgm) albo metrokilogramem. Koń, który, wywierając stale siłę 200 kilogramów przeciągnął wóz na przestrzeni 5 kilometrów, wykonał pracę równą $200 \times 5 \times 1000 = 1000000$ kilogramometrów. Chłopiec, który, wywierając stale siłę 2 kilogramów, przesunął sanki o 50 metrów, wykonał pracę równą $2 \times 50 = 100$ kilogramometrom.

W częstem użyciu jest inna jeszcze jednostka pracy, mianowicie s t o p o f u n t. Jest to, jak łatwo się już teraz możemy domyśleć, praca, wykonana przez siłę, równą jednemu f u n t o w i, gdy ciało za jej sprawą przebywa drogę równą j e d n e j s t o p i e. Na kamień ważący 10 funtów, przyciąganie ziemi działa stale z siłą równą 10 funtom; gdy więc kamień taki spadnie z wysokości 50 stóp, siła

ciężkości wykona pracę równą $10 \times 50 = 500$ stopofuntom.

W układzie miar, w którym za jednostkę siły przyjęliśmy dynę, a za jednostkę długości centymetr, jednostką pracy będzie praca, wykonana przez siłę jednej dyny, wzdłuż drogi równej jednemu centymetrowi. Jednostkę tę nazywamy *ergiem*. 10 milionów ergów równa się jednemu *dżulowi* (Joule).

Ponieważ siła jednego kilograma równa się 981000 dyn (§ 37), a metr 100 centymetrom, przeto kilogramometr, jako praca, wykonana przez 981000 dyn wzdłuż 100 centymetrów, równa się $981000 \times 100 = 98100000$ ergów.

§ 55. **Wymiar pracy. Układ miar C. G. S. (centymetr-gram-sekunda).** Wymiarem pracy, jako iloczynu z siły przez drogę, jest iloczyn z wymiaru siły przez długość, czyli $\frac{[\text{masa}]\ [\text{długość}]}{[\text{czas}]^2} \times [\text{długość}]$ czyli $\frac{[\text{masa}]\ [\text{długość}]^2}{[\text{czas}]^2}$. Symbolem erga jest wobec tego $\frac{\text{gr.}\ \text{cm}^2}{\text{sek}^2}$.

Do utworzenia jednostek prędkości i przyśpieszenia wystarczyły nam dwie jednostki

zasadnicze, mianowicie jednostka długości i jednostka czasu. Przy tworzeniu jednostki siły sięgnęliśmy po trzecią jednostkę zasadniczą—masy. Utworzenie jednostki pracy nie wymaga wprowadzenia żadnej nowej jednostki zasadniczej. Okazało się rzeczą możliwą i dogodną ograniczyć wogóle liczbę jednostek zasadniczych do trzech, a mianowicie do jednostek długości, masy i czasu. Z nich to tworzyć będziemy wszystkie jednostki fizyczne, jakie napotkamy w dalszym ciągu wykładu, przyczem będziemy postępowali w sposób podobny do tego, w jaki postępowaliśmy przy tworzeniu dotąd poznanych jednostek pochodnych (prędkości, przyśpieszenia, siły, pracy).

Układ jednostek, w którym jednostką długości jest centymetr, jednostką masy gram i jednostką czasu sekunda, nosi nazwę układu *C. G. S.* (czytaj ce-gie-es [centymetr-gram-sekunda]). W układzie tym: jednostką prędkości jest prędkość *cm/sek*; jednostką przyśpieszenia przyśpieszenie cm/sek^2, jednostką siły—*dyna*, jednostką pracy—*erg*.

§ 56. **Sprawność** (dzielność). Sprawnością siły, albo jakiegokolwiek źródła siły

a więc np. człowieka, konia, maszyny nazywamy **ilość pracy, którą siła ta wykonywa w ciągu jednostki czasu.** Jeżeli za jednostkę pracy obierzemy kilogramometr, a za jednostkę czasu sekundę, to jednostką sprawności będzie taka sprawność, przy której **pewna siła wykonywa pracę jednego kilogramometra w ciągu jednej sekundy.** Koń, który w przeciągu godziny wykonywa pracę równą 216000 kgm., posiada sprawność równą 216000 : 3600 = 60 takim jednostkom sprawności.

W układzie C. G. S. **jednostką** sprawności jest sprawność jednego **erga na sekundę.** Sprawność 10 milionów ergów na sekundę, czyli sprawność jednego dżula (§ 54) na sekundę, stanowi jednostkę sprawności zwaną *wattem* (Watt). Kilowatt równa się 1000 wattów. Często także spotykamy się w technice z jednostką sprawności, zwaną *koniem parowym;* jest to sprawność 75 kilogramometrów na sekundę. Jednostka ta bywa czasem nazywana całkiem niewłaściwie „siłą” konia parowego.

Wymiarem sprawności jest $\frac{[\text{masa}]\ [\text{długość}]^2}{[\text{czas}]^3}$

: [czas] czyli $\frac{[\text{masa}]\,[\text{długość}]^2}{[\text{czas}]^3}$; symbolem jednostki sprawności w układzie C. G. S. jest $\frac{\text{gr. cm}^2}{\text{sek}^3}$.

§ 57. **Praca, uważana jako pokonywanie oporów.** Wróćmy jeszcze do naszego konia, ciągnącego wóz po prostej drodze z prędkością jednostajną. Koń ten wywiera na wóz siłę stałą, której wielkość możnaby uzmysłowić, umieszczając pomiędzy wozem a orczykiem sprężynę; wydłużenie sprężyny da nam miarę wartości siły. Z tego że ruch jest jednostajny, wnosimy, że siłę, wywieraną przez konia, musi ściśle równoważyć inna jakaś siła (§ 32). Siłą tą jest tarcie kół, które w każdej chwili sprzeciwia się ruchowi, usiłując go zniszczyć. Takie siły noszą, jak wiemy, miano oporów. Stąd wynika, że wykonywanie pracy można w tym wypadku nazwać p o k o n y w a n i e m o p o r u.

Zgodziliśmy się mierzyć pracę iloczynem z drogi przez siłę. Teraz widzimy, że w ruchu jednostajnym w każdej chwili, siła równoważy się z oporem, innemi słowy, że opór ten liczebnie równa się sile. Można więc

w wyrażeniu pracy — siłę zastąpić oporem i powiedzieć, że praca jest to iloczyn z drogi przez pokonywany opór. Na tej zasadzie pracę, wykonaną w przytoczonych wyżej (§ 54) przykładach przez konia i przez chłopca, możemy przedstawić, jako iloczyn z przebytej drogi przez wielkość pokonywanego tarcia, chociaż dogodniej jest pozostać w tym razie przy dawniejszem określeniu pracy, jako iloczynu drogi i siły, ponieważ łatwiej jest tu zmierzyć bezpośrednio siłę wywieraną, aniżeli przezwyciężane tarcie.

Podobnież, gdy ciało jakieś podnosimy pionowo do góry ruchem jednostajnym, siła, wywierana na to ciało przez mięśnie nasze, równoważy się w każdej chwili z siłą ciężkości, która, sprzeciwiając się ruchowi, odgrywa rolę oporu. Przypuśćmy, że podnieśliśmy 10 kilogramów jednostajnie na wysokość 15 metrów. Praca, wykonana przez siłę mięśni naszych, równa się iloczynowi z drogi przez siłę, za której sprawą ciało drogę tę przebyło, a więc w danym razie równa się iloczynowi z 15 metrów przez wielkość siły mięśniowej, którąśmy wywierali przez czas podnoszenia ciała. Wielko-

ści tej siły bezpośrednio nie znamy, ale jak wiadomo, siła ta równoważyła się w każdej chwili z oporem, a że oporem była tu siła znana, gdyż mianowicie ciężar 10 kilogramów, przeto dogodniej jest przedstawić w danym razie pracę, jako iloczyn z drogi przez opór, t. j. jako $15 \times 10 = 150$ kilogramometrów.

Na zasadzie równoważności pomiędzy siłą a oporem, możemy łatwo uzmysłowić sobie takie jednostki pracy, jak kilogramometr i stopofunt, mówiąc, że:

Kilogramometr (kgm) jest to praca, którą wykonywamy, podnosząc jednostajnie ciało, ważące 1 kg. do wysokości 1 metra.

Stopofunt jest to praca, którą wykonywamy, podnosząc jednostajnie ciało, ważące 1 funt, do wysokości 1 stopy.

Uwaga. Mówiąc o równoważeniu się w każdej chwili siły, wywieranej celowo (przez konia, człowieka, maszynę), i siły oporu, albo krócej: siły i oporu, mieliśmy na myśli ruch jednostajny. Atoli i przy ruchu niejednostajnym można otrzymać pracę, mnożąc drogę przez pokonany opór, jeżeli, obliczając ten opór, uwzględnimy nietylko takie siły, jak tarcie, lecz także i tak zwany opór bez-

władny (§ 44), który, jak wiemy, powstaje w poruszanem ciele za każdym razem, gdy prędkość tego ciała ulega zmianie. Tak np. jeżeli chcemy obliczyć pracę, wykonaną przez konia podczas ruszania wozu z miejsca, to możemy drogę przebytą pomnożyć, bądź przez siłę, wywartą przez konia, bądź też przez sumę tarcia i oporu bezwładnego, jaki powstaje w wozie wskutek wyprowadzenia go ze stanu spoczynku.

§ 58. **Praca siły zmiennej.** Przyjmując, że wielkość pracy równa się iloczynowi z siły przez drogę, mieliśmy na myśli wypadki, w których siła działająca jest stała. Często jednak zdarza się, że na ciało działa siła, wciąż zmieniająca swą wielkość; pytanie, jak w takim razie obliczyć wykonaną pracę? Gdy rozciągam sprężynę, przytwierdzoną jednym końcem do muru, czuję dobrze, że w miarę wydłużania się sprężyny rozciąganie idzie coraz to trudniej, t. j. że zmuszony jestem wywierać w tym celu coraz to większą siłę. Jeżeli sprężyna wydłużyła się o 10 cm, to droga, przebyta przez punkt przyłożenia siły (ręki) wynosi 10 cm, lecz jakąż wziąć wartość liczebną dla tej siły,

skoro była ona w każdem miejscu drogi inna? Radzimy sobie w sposób taki, że owe 10 cm drogi dzielimy na części o tyle małe, żeby na każdej z nich można było uważać siłę, wywieraną przez rękę, za siłę stałą; obliczywszy pracę na każdym takim kawałku drogi zosobna i dodawszy do siebie te ilości, otrzymamy całkowitą ilość pracy, wykonanej na drodze 10 cm. A zatem, jeżeli na pierwszych 4 centymetrach drogi siła wywierana przez rękę, wynosiła 2 kg. (2×981000 dyn), na następnych 3-ech centymetrach 3 kg. (3×981000 dyn), na dalszych 2 centymetrach 4 kg. (4×981000 dyn) i wreszcie na ostatnim centymetrze 5 kg. (5×981000 dyn), to praca: wykonana na całej drodze, wyniesie $4 \times 2 \times 981000 + 3 \times 3 \times 981000 + 2 \times 4 \times 981000 + 1 \times 5 \times 981000 = 29430000$ ergów.

§ 59. **Praca siły ukośnej względem drogi ciała.** Jeżeli siła № 1, której pracę zamierzamy obliczyć, działa na ciało sama jedna, to wówczas ciało porusza się zawsze w kierunku tej siły. Jeżeli tak nie jest, jeżeli ciało porusza się w innym kierunku, aniżeli na nie działa siła № 1, to jest to oznaką, że oprócz siły № 1 na ciało działa

inna jeszcze siła (albo kilka jeszcze sił), i że przeto ruch ciała jest wywołany nietylko przez siłę № 1. Jak obliczać w takim razie pracę, wykonywaną przez siłę № 1? Gdy konie, idące brzegiem kanału, ciągną barkę, siła, wywierana przez nie na barkę, ma kierunek liny, idącej od barki ku chomątom, a więc kierunek ukośny względem kierunku, w którym posuwa się barka. Podobnież kamień, który, zamiast spadać swobodnie, zsuwa się po pochyłej desce, posiada kierunek ukośny względem kierunku siły ciężkości. Jakżeż mamy mierzyć pracę wykonywaną przez siłę koni w pierwszym przypadku, a przez siłę ciężkości w drugim?

Przypuśćmy, że siła, wywierana przez konie wzdłuż wyprężonej liny, wynosi 200 kg. Rozłóżmy tę siłę na dwie składowe siły takie, żeby jedna z nich poszła w kierunku drogi, którą przebywa barka, zaś druga prostopadle do tej drogi. Jak wiadomo (§ 40), możemy zawsze to uczynić, wybór bowiem kierunków jest dowolny.

Jeżeli na rysunku (fig. 36) strzałka Aa wyobraża siłę 200 kg., wywieraną przez konie, zaś linia Am kierunek, w którym płynie barka, to siły składowe, o których mowa,

dają się przedstawić za pomocą strzałek Am i An. Otóż łatwo zauważyć, że składowa An, prostopadła do drogi barki, nie bierze żadnego udziału w posuwaniu barki wzdłuż kanału (usiłuje ona natomiast przybliżyć barkę do brzegu kanału, lecz zostaje zniesiona przez sprężyste oddziaływanie wody, dzielącej barkę od brzegu). Ruch barki zawdzięczamy jedynie składowej Am; ją też tylko uwzględniać będziemy przy obliczaniu pracy, wykonanej przez siłę pociągową koni.

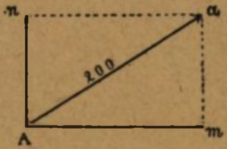


Fig. 36.

Jeżeli nachylenie liny względem kierunku kanału jest takie, że dla tej składowej Am otrzymujemy wartość 150 kg., a barka przebyła drogę 400 metrów, to powiadamy, że praca, wykonana przez siłę koni, wynosi $150 \times 400 = 60000$ kilogramometrów (czyli $150 \times 1000 \times 981 \times 400 \times 100 = 588600000000$ ergów $= 588600$ dżulów). Gdyby konie mogły iść ściśle w tym samym kierunku, w którym płynie barka, to wów-

czas wykonałyby pracę większą, gdyż równą $200 \times 400 = 80000$ kilogramometrów.

W wypadku kamienia, zsuwającego się po pochyłej desce, otrzymujemy pracę, wykonaną przez siłę ciężkości, mnożąc drogę kamienia przez wartość tej z pomiędzy składowych ciężaru kamienia, która skierowana jest wzdłuż deski, a która sama jedna tylko wywołuje ruch kamienia. Druga składowa ciężaru kamienia, prostopadła do deski, przyciska tylko kamień do tej deski i zostaje zrównoważona przez sprężyste oddziaływanie drzewa. Jeżeli kamień waży 5 kg., a pochyłość deski jest taka, że składowa siły ciężkości, idąca wzdłuż deski, wynosi 4 kg., to praca, wykonana przez siłę ciężkości, gdy kamień przesuwa się o 75 cm, równa się $4 \times 0,75 = 3$ kilogramometrom czyli $4 \times 1000 \times 981 \times 75 = 294300000$ ergów.

Wogóle, jeżeli chodzi o obliczenie pracy pewnej siły № 1, ukośnej względem drogi ciała, to siłę tę rozkładamy na dwie siły składowe takie, żeby jedna z nich poszła wzdłuż drogi ciała, zaś druga prostopadle do pierwszej i pracą siły № 1 nazywamy iloczyn z drogi ciała przez tę z pomiędzy

jej dwóch składowych, która idzie wzdłuż drogi.

Łatwo zauważyć, że im mocniej kierunek siły № 1 będzie się odchylał od drogi ciała, tem składowa jej, idąca wzdłuż drogi, będzie mniejsza. Jeżeli nareszcie siła № 1 odchyli się o tyle, że stanie prostopadle do drogi ciała, to składowa, idąca wzdłuż drogi, zniknie zupełnie, stanie się równa zeru. W tym ostatnim wypadku siła № 1 nie wywiera oczywiście żadnego wpływu na ruch ciała, ta jej bowiem składowa, która sama jedna ruch ten wywołać może, nie istnieje tutaj wcale. Rzecz prosta, że i praca siły № 1 równa się w takim razie zeru (jako iloczyn z drogi ciała przez zero). Gdy wóz posuwa się po drodze poziomej, siła ciężkości, jako prostopadła do drogi wozu, nie daje wcale siły składowej, idącej wzdłuż tej drogi, a więc nie może wpłynąć bezpośrednio na ruch wozu (pośrednio wpływa, wpływając na wielkość tarcia). Praca, wykonana przez siłę ciężkości, równa się w tym wypadku zeru.

Podane w § 54 określenie pracy, jako iloczynu z siły przez drogę możemy utrzymać bez zmiany i w wypadku siły ukośnej

względem drogi, jeżeli przez siłę zgodzimy się rozumieć nie całą siłę № 1, przyłożoną do ciała, lecz tylko, jeśli się tak wyrazić można, część jej pożyteczną, t. j. tę jej składową, którą wywołuje rzeczywiście ruch ciała.

§ 60. **Energja.** *Energją* danego ciała nazywamy tę jego własność, która czyni je zdolnem do wykonania pewnej ilości pracy (drogą wywierania siły na inne ciała). Spadający kamień posiada pewną energję, ponieważ, może, napotkawszy inne ciało, wywrzeć na nie siłę (uderzenie), która poruszy to ciało, a więc wykona pewną pracę. Podobną energję posiadają: płynąca rzeka, wystrzelona kula, tocząca się beczka i wogóle każde ciało, znajdujące się w stanie ruchu. Powiadamy, że ciała te posiadają *energję kinetyczną* (energję ruchu).

Ale ciało niekoniecznie musi być w ruchu, żeby być zdolnem do wykonania pewnej ilości pracy. O łuku napiętym, o ciężarze, zawieszonym na sznurku, o rzece, zatrzymanej u grobli, możemy także powiedzieć, że posiadają pewną energję, są one bowiem zdolne do wykonania pewnej pracy, byleby

im tylko dać swobodę poruszania się. Istotnie dość jest przestać przytrzymywać cięciwę, by łuk się rozprężył, dość przepalić sznurek, by ciężar zaczął spadać, dość wyjąć stawidło, by rzeka zaczęła płynąć. Tego rodzaju energję nazywamy *energją potencyalną*.

A zatem energja potencyalna jest to energja, którą ciało posiada na skutek swego położenia względem innych ciał (albo też na skutek wzajemnych położeń oddzielnych swych cząstek) i wskutek istnienia sił, przez ciała te wywieranych. Energja potencyalna kamienia wynika z położenia jego względem ziemi, która wywiera na niego siłę przyciągającą; energja potencyalna wody, zatrzymanej u grobli, wynika z położenia tej wody względem poziomu wody poniżej grobli, a siłą działającą jest tu także siła ciężkości; energja potencyalna napiętego łuku wynika z wzajemnych położeń oddzielnych cząstek drzewa, pomiędzy któremi działają siły sprężyste. To samo można powiedzieć o energji potencyalnej rozciągniętej taśmy gumowej, nakręconej sprężyny zegarkowej i t. p.

W przeciwstawieniu do energji kine-

tycznej, jako energji *ruchu*, energja potencyalna nosi nazwę energji *położenia*.

§ 61. **Miara energji**. Rozumiemy, że większą ilość pracy może wykonać ciężka kula działowa, biegnąca prędko, aniżeli wolno tocząca się piłka, i że większy zasób pracy tkwi w centnarowym ciężarze, umieszczonym na szczycie wieży, aniżeli w parogramowym ciężarku, podniesionym do wysokości stołu, i wobec tego powiadamy, że w tych wypadkach kula i ciężar centnarowy posiadają więcej energji, aniżeli piłka i ciężarek parogramowy. Za miarę energji danego ciała uważamy ilość pracy, którą ciało to może wykonać, a zatem mierzymy energję temi samemi jednostkami, co i pracę. Energja ma więc wymiar pracy, t. j. wymiar: $\frac{[\text{masa}]\,[\text{długość}]^2}{[\text{czas}]^2}$. W układzie miar C. G. S. jednostką energji jest erg czyli $\frac{\text{gr. cm}^2}{\text{sek}^2}$.

Chcąc zmierzyć energję, posiadaną przez dane ciało, niekoniecznie trzeba czekać, aż odpowiednia praca zostanie faktycznie wykonana. Gdy chodzi o energję kinetyczną, to można zawsze dokonać jej pomiaru bezpośrednio. Istotnie, z rozważań teoretycz-

nych, w które wdawać się tutaj nie możemy, wynika, że liczbę ergów pracy, którą zdolne jest wykonać ciało, będące w ruchu, otrzymamy, mnożąc jego masę (wyrażoną w gramach) przez kwadrat prędkości (wyrażonej w cm/sek) i dzieląc iloczyn przez 2. Tak np. kula działowa o masie 4 kg., biegnąca z prędkością 50000 cm/sek, posiada energję (kinetyczną) równą $\frac{4 \times 1000 \times [50000]^2}{2} = \frac{4 \times 1000 \times 2500000000}{2} = 5000.000.000.000$ ergów, czyli 50000 dżulów, albo jeszcze równą $\frac{5000000000000}{98100000} = 51000$ (w liczbie okrągłej) kilogramometrów.

Wartością energji potencyalnej ciała w pewnem danem jego położeniu nazywamy ilość pracy, którą ciało to może wykonać, gdy z tego danego położenia, zwanego początkowem, przechodzi do pewnego innego położenia, zwanego końcowem, a obranego dowolnie, lecz raz na zawsze dla całego szeregu doświadczeń. Za położenie końcowe w wypadku łuku napiętego, lub nakręconej sprężyny najprościej jest obrać takie położenie tych ciał (mówiąc ściślej—taki układ

ich cząstek), w którem nie są one wcale odkształcone, t. j. położenie, w którem łuk nie jest napięty, a sprężyna nie jest nakręcona. Za położenie końcowe dla ciężaru, umieszczonego na wysokości, obieramy zazwyczaj położenie na poziomie miejsca, w którem robimy doświadczenie.

Przyjmując te założenia, powiemy, że wartością energji potencyalnej napiętego łuku jest ilość pracy, którą łuk ten zdolny jest wykonać, gdy się całkowicie rozpręży, że wartością energji potencyalnej nakręconej sprężyny jest ilość pracy, którą może wykonać ta sprężyna, gdy się całkowicie rozkręci, że wreszcie wartością energji potencyalnej kamienia, leżącego na wysokiej wieży, jest ilość pracy, którą może wykonać ten kamień, gdy spadnie na poziom placu, na którym stoi wieża. (Jeżeli wieża stoi na wzgórzu, lub jeżeli pod nią są piwnice, to kamień mógłby, staczając się z tego wzgórza, lub spadając do piwnicy, wykonać jeszcze pewną ilość pracy; pracy tej jednak już nie bierzemy pod uwagę przy obliczaniu energji potencyalnej kamienia, skorośmy raz obrali za położenie końcowe kamienia położenie jego na poziomie placu).

Wartość energji potencyalnej wogóle nie daje się obliczyć teoretycznie, jak tego dokonywaliśmy dla wartości energji kinetycznej. W ogromnej większości wypadków obliczenie z góry jest tu całkiem niemożliwe. Tak np. zupełnem niepodobieństwem jest określić teoretycznie ilość pracy, którą zdolne są wykonać łuk napięty, lub nakręcona sprężyna zegarkowa: do tego trzebaby znać nietylko wzajemne położenia cząstek drzewa lub stali, lecz także wartości działających pomiędzy niemi sił sprężystych, a wiedzy takiej nie posiadamy. Jedyną drogą, na której znaleźć można w takich razach wartość tkwiącej w danem ciele energji potencyalnej, jest droga doświadczalna.

W szczęśliwszem jesteśmy położeniu, gdy chodzi o energję potencyalną ciała, wynikającą z działania na nie ciężkości. Tutaj znamy dobrze *siłę*, która przeprowadza ciało z jednego położenia w drugie (t. j. wywołuje spadanie) — jest nią ciężar ciała; jeżeli więc prócz tego wskazane będzie wzniesienie ciała nad poziom końcowy, czyli długość *drogi*, którąby przebyło ciało, gdybyśmy mu pozwolili spaść swobodnie, to tem samem będziemy mieli wszystko, co nam

jest potrzebne do obliczenia zasobu pracy, tkwiącego w danem ciele, t. j. do obliczenia jego energji potencyalnej. Praca ta równa się, jak zawsze, iloczynowi z siły przez drogę; a zatem energję potencyalną ciała, wynikającą z ciężkości, otrzymamy, mnożąc ciężar ciała przez wysokość, na której ciało jest umieszczone. Cegła, ważąca 5 kg., umieszczona na szczycie wieży wysokiej na 50 metrów, posiada energję potencyalną równą $5 \times 50 = 250$ kilogramometrom $= 5 \times 1000 \times 981 \times 50 \times 100 = 24525000000$ ergów.

§ 62. **Przenoszenie się i przetwarzanie się energji.** Nazwaliśmy energją ciała zdolność jego do wykonywania pracy i, uwzględniwszy dwie postacie tej zdolności (kinetyczną i potencyalną), nauczyliśmy się oceniać jej stopień w danem ciele, czyli mierzyć energję, posiadaną przez ciało. Z kolei stajemy przed pytaniem niezmiernie ważnem zarówno ze względów teoretycznych, jak z punktu widzenia praktyki, mianowicie przed pytaniem: jakie jest *źródło energji*, w jaki sposób można tę tak cenną zdolność w danem ciele wytworzyć?

W wielkiej liczbie wypadków już bardzo pobieżna obserwacya uczy, że chcąc wytworzyć w danem ciele pewną ilość energji, czy to kinetycznej, czy potencyalnej, trzeba wykonać pewną ilość pracy. Istotnie, rozpatrując się w „przeszłości” cegły, leżącej na wieży, łuku napiętego, sprężyny nakręconej, wykrywamy z łatwością, że każde z tych ciał (lub każda z cząstek tych ciał), zanim znalazło się w tem położeniu, w którem stwierdzamy w nich istnienie energji potencyalnej, znajdowało się przez pewien czas w ruchu za sprawą siły, wywartej przez inne ciało (np. przez mięśnie nasze), siły, która tym sposobem wykonała pewną pracę. Podobnież, szukając źródła energji kinetycznej, tkwiącej np. w wystrzelonej kuli armatniej, lub toczącej się beczce, znajdujemy, że przedtem została na nie wywarta przez inne jakieś ciało siła, która wywołała ich ruch, a tem samem wykonała pewną pracę.

Okazuje się więc, że we wszystkich tych wypadkach źródłem energji danego ciała jest praca, wykonana uprzednio przez inne ciało: żeby wytworzyć w danem ciele zdolność do wykonywania pracy, trzeba uprzednio wykonać pewną

pracę. Jeżeli siła, wywierana przez jedno ciało na drugie, wykonywa pracę, to mówimy w fizyce, że pierwsze ciało wykonywa pracę *na* drugiem ciele. Posługując się tym sposobem wyrażania się, możemy powiedzieć, że dlatego, żeby w danem ciele mogła powstać pewna ilość energji trzeba, żeby inne jakieś ciało wykonało na niem pewną pracę.

Lecz by wykonać pewną pracę, trzeba oczywiście posiadać zdolność do wykonywania pracy, czyli posiadać to, co nazwaliśmy energją, skąd wynika, że ciało № 2, które wytwarza energję w ciele № 1, wykonywując na niem pewną pracę, musi samo posiadać pewną ilość energji. Innemi słowy dlatego, żeby w pewnem danem ciele № 1 wytworzyć energję, trzeba mieć inne ciało № 2, już posiadające energję. Źródłem energji dla ciała № 1 jest zawsze energja jakiegoś innego ciała № 2.

Rozpatrując z kolei energję ciała № 2, dojdziemy do wniosku, że powstała ona na skutek wykonania na niem pewnej pracy przez ciało № 3, które znowuż zawdzięcza własny swój zasób energji nie czemu innemu, jak tylko pracy, wykonanej przez ciało № 4 i t. d.

Weźmy np. taki wypadek: chłopiec, strzelając z łuku, trafia w gałąź drzewa, która odchyla się pod naciskiem strzały. Mamy tu następujący szereg działań. Przy napinaniu łuku ręka chłopca, wykonywając pracę na łuku (praca ta polega na tem, że siła mięśniowa, wywierana przez rękę na cząstki łuku, przesuwa je z jednych miejsc na drugie), wytwarza w nim pewną ilość energji potencyalnej. Napięty łuk, przy rozprężaniu się, wykonywując pracę na strzale (praca ta polega na tem, że siła sprężysta wywarta przez łuk na strzałę, wywołuje ruch strzały), wytwarza w niej pewną ilość energji kinetycznej. Rozpędzona strzała, wykonywując pracę na gałęzi (praca ta polega na tem, że siła, wywarta przez strzałę [uderzenie] na cząstki gałęzi, przesuwa je z jednych miejsc na drugie), wytwarza w gałęzi pewną ilość energji potencyalnej. Odchylona gałąź mogłaby, wracając do stanu normalnego, wykonać pracę na innem jakiemś ciele i t. d.

Wytwarzając energję w ciele № 1, ciało № 2 traci natomiast mniejszą, lub większą część swojej własnej energji. Przy napinaniu łuku ręka chłopca traci energję i udziela

energji łukowi; łuk przy rozprężaniu się traci energję i udziela energji strzale; strzała przy uderzeniu traci energję i udziela energji gałęzi. Fakty te wyrażamy, mówiąc że energja *przenosi się* z ręki chłopca na łuk, z łuku na strzałę, ze strzały na gałąź i t. d. albo też, że przechodzi z ręki chłopca do łuku, z łuku do strzały, ze strzały do gałęzi i t. d. Z tego rodzaju przenoszeniem się energji spotykamy się w zjawiskach mechanicznych na każdym kroku.

Zwróćmy uwagę na inną jeszcze okoliczność. Energja napiętego łuku jest energją potencyalną, gdy tymczasem energja wyrzuconej strzały jest energją kinetyczną; energję więc, którą łuk traci w postaci potencyalnej, strzała otrzymuje w postaci kinetycznej. A znowu energję, którą strzała traci w postaci kinetycznej, gałąź otrzymuje w postaci potencyalnej.

Okazuje się, że przechodząc z jednego ciała do drugiego (zawsze za sprawą wykonanej pracy), e n e r g j a m o ż e z m i e n i a ć s w ą p o s t a ć. W przytoczonym wyżej szeregu zjawisk mechanicznych mamy zatem nietylko przenoszenie się energji z jednego

ciała na drugie, lecz i przetwarzanie się energji z jednej postaci w drugą.

Widzieliśmy, że energja ciała zarówno potencyalna, jak kinetyczna, zawdzięcza zawsze powstanie swoje pracy, że jest niejako skutkiem wykonanej na ciele pracy. Odwrotnie, możnaby się zapytać, czy zawsze praca, wykonana na ciele, pozostawia po sobie skutek w postaci energji?

Jeżeli przez wyraz energja, będziemy rozumieli taką tylko zdolność do wykonania pracy, jaką widzimy w nakręconej sprężynie, lub w biegnącej kuli armatniej, t. j. zdolność niejako *jawną*, wynikającą z ruchu ciała, lub z jego położenia, to na pytanie powyższe będziemy musieli dać odpowiedź przeczącą. Rzeczywiście, na każdym kroku spotykamy wypadki, w których wykonywanie pracy nie wytwarza wcale takiej jawnej energji (energja tego rodzaju nosi miano *energji dynamicznej*). Mieszając wodę w garnku, niewątpliwie wykonywamy na niej pracę, a jednak energji dynamicznej nie otrzymujemy ani śladu. Podobnież nie wytwarza takiej energji praca, która idzie na pokonywanie tarcia. To też aż do końca XVIII wieku mniemano powszechnie, że w ta-

kich razach praca wykonana ginie. Wprawdzie od najdawniejszych czasów wiedziano, że przy tarciu powstaje *ciepło*, że rozgrzewają się np. osi wozów i świdry, że kula ołowiana topi się, uderzając o nieruchomą deskę żelazną, że wreszcie można rozpalić ogień, trąc dwa kawałki drzewa o siebie itp., nie upatrywano jednak żadnego powinowactwa pomiędzy tem powstającem ciepłem, a ową wyraźną, jawną energją, która ginie w tych zjawiskach. Dopiero w ostatnich latach XVIII stulecia rzucono myśl, że pomiędzy wykonaną pracą, a wytworzonem z niej ciepłem zachodzi równoważność w tem znaczeniu, że zniknięciu pewnej ilości energji dynamicznej towarzyszy zawsze ukazanie się pewnej określonej *ilości ciepła*. Głębsze zastanowienie się nad działaniem maszyny parowej, która pochłania ciepło, a wzamian za to dostarcza zwykłej, t. j. dynamicznej energji, w ilości ściśle określonej, doprowadziło do postawienia hipotezy, że i odwrotnie, wszędzie, gdzie praca wytwarza ciepło, powstaje ono w takiej ilości, iż gdyby je zużyć na poruszanie np. maszyny parowej, to taka maszyna mogłaby zwrócić pewną ściśle określoną część pracy, wydanej na wytworzenie

owego ciepła——ani mniej, ani więcej. Szereg starannych badań doprowadził do wniosku, że tak jest w istocie. Wobec tego wszystkiego na ciało ogrzane, posiadające pewien zapas ciepła, można się zapatrywać, jako na ciało, które dzięki temu ciepłu posiada zdolność wykonania pewnej pracy, posiada więc pewną energję; energji tej nadajemy miano *energji cieplnej*.

Rozszerzenie pojęcia energji poza granice energji zwykłej, dynamicznej, rozszerzenie, które ujawniło się w zaliczeniu ciepła do liczby *postaci* energji, umożliwiło wprowadzenie do nauki pojęć takich, jak energja elektryczna, magnetyczna, chemiczna i t. p. Istotnie, doświadczenie stwierdza, że nietylko wskutek zawartości ciepła ciało może mieć zdolność do wykonywania pracy. Zdolność taką, jak wiemy, posiadać może ciało wskutek swych własności elektrycznych (lak potarty), magnetycznych (magnes), chemicznych (proch strzelniczy) i t. p. Nic nam nie przeszkadza powiedzieć w takim razie, że w danem ciele nagromadzona jest energja elektryczna, magnetyczna, chemiczna i t. p.

W miarę zapoznawania się ze zjawiskami

cieplnemi, elektrycznemi, magnetycznemi i t. p. będziemy mieli sposobność obserwować występowanie odpowiednich postaci energji, oraz nauczymy się określać ilości tych różnych „gatunków" energji (zawsze w jednostkach pracy czyli w ergach). Wtedy poznamy lepiej drogę, na której fizyka doszła do postawienia zasady zachowania energji. Zasadę tę, która panuje dzisiaj nad całokształtem wiedzy o martwej przyrodzie, można streścić w zdaniu następującem:

Energja we wszechświecie nie tworzy się i nie ginie, przenosi się tylko z jednych ciał na drugie lub przetwarza się z jednych postaci w drugie.

ERRATA.

Str.	w. od góry	*Jest:*	*Powinno być:*
33	15	niedokładnie	nie dokładnie
119	4	Opór bezwładny odśrodkowy	Składowa pionowa oporu bezwładnego odśrodkowego
„	6	skierowany	skierowana

SPIS RZECZY.

II. O siłach.